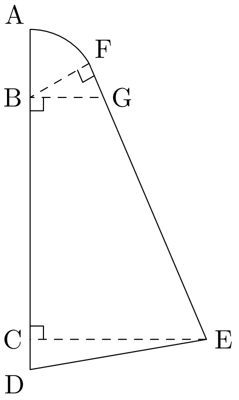
1 Calcul d'aire



La voile d'une planche à voile a la forme ci-contre avec AF un arc de cercle de centre B et de rayon AB. Les dimensions connues sont les suivantes : $AD = 4,50$ m ; $DE = 2,50$ m ; $AB = 0,90$ m ; $CD = 0,40$ m ; $\widehat{ABF} = 60°$.
Détermine l'aire de la voile.

Aire de la part de disque Comme $\widehat{ABF} = 60°$ alors l'aire de la part de disque représente $\dfrac{1}{6}$ de l'aire d'un disque.
Donc $\mathcal{A}_1 = \dfrac{1}{6} \times \pi \times BF^2 = \dfrac{1}{6}\pi \times 0,90^2 = 0,135\pi$.

Aire du triangle BFG On a clairement $\widehat{FBG} = 30°$ et $\widehat{BGF} = 60°$.
Dans le triangle BFG, rectangle en F, on a :

$$\cos\widehat{FBG} = \frac{BF}{BG} \qquad \cos\widehat{BGF} = \frac{FG}{BG}$$
$$\cos 30 = \frac{0,9}{BG} \qquad \cos 60 = \frac{FG}{\dfrac{0,9}{\cos 30}}$$
$$BG = \frac{0,9}{\cos 30} \qquad FG = \frac{0,9 \times \cos 60}{\cos 30}$$
$$BG \approx 1,04 \text{ m} \qquad FG \approx 0,52 \text{ m}$$

Donc $\mathcal{A}_2 = \dfrac{BF \times BG}{2} = \dfrac{0,9 \times 0,9 \times \cos 60}{2 \times \cos 30} \approx 0,23 \text{ m}^2$.

Calcul de l'aire du triangle CDE Dans le triangle DEC rectangle en E, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$\begin{aligned} DC^2 &= DE^2 + EC^2 \\ 2{,}5^2 &= DE^2 + 0{,}4^2 \\ 6{,}25 &= DE^2 + 0{,}16 \\ DE^2 &= 6{,}25 - 0{,}16 \\ DE^2 &= 6{,}09 \\ DE &= \sqrt{6{,}09} \\ DE &\approx 2{,}47 \end{aligned}$$

Donc $\mathcal{A}_2 = \dfrac{CE \times CD}{2} = \dfrac{\sqrt{6,09} \times 0,4}{2} \approx 0,49 \text{ m}^2$.

Calcul de l'aire du trapèze $BGEC$ On a clairement $BC = 3,2$ m.
Donc $\mathcal{A}_3 = \dfrac{(BG + CE) \times BC}{2} = \dfrac{(\dfrac{0,9}{\cos 30} + \sqrt{6,09}) \times 3,2}{2} \approx 5,61 \text{ m}^2$.

Aire totale On obtient environ 6,76 m^2.