

Exercice n°1:(4 pts)

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = \frac{3}{5}u_n - 2$ pour tout n de \mathbb{N}

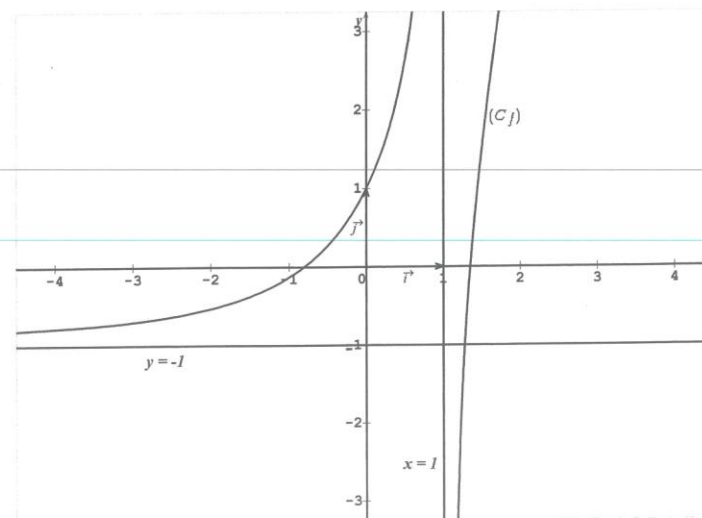
- 0.5 1. Calculer u_1 et u_2
2. On pose pour tout n de \mathbb{N} : $v_n = u_n + 5$
- 0.25 2.a. Calculer v_0
- 1 2.b. Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{3}{5}$
- 1 2.c. Donner l'expression de v_n en fonction de n
- 0.75 3.a. Montrer que pour tout n de \mathbb{N} : $u_n = 5 \left[\left(\frac{3}{5} \right)^n - 1 \right]$
- 0.5 3.b. Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

Exercice n°2:(11 pts)

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$ par :

$f(x) = e^x - \frac{x}{x-1}$ et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- 1 1.a. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- 0.5 1.b. Donner une interprétation géométrique du résultat.
- 1.5 2.a. Montrer que $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$ et que $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$
- 0.5 2.b. Donner une interprétation géométrique des résultats.
- 1 3.a. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- 1.5 3.b. Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$
- 0.5 3.c. Donner une interprétation géométrique du résultat.
- 1.5 4.a. Montrer que pour tout x de $]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$; $f'(x) = e^x + \frac{1}{(x-1)^2}$
- 1 4.b. Montrer que f est croissante sur chacun des intervalles $]-\infty; 1[$ et $]1; +\infty[$
- 0.5 4.c. Dresser le tableau de variations de f sur $]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$
5. Dans la figure ci-dessous (C_f) est la courbe représentative de f dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$



- 0.75 5.a. Donner, à partir de la courbe (C_f) , le nombre de solutions de l'équation : $f(x) = 1$
- 0.75 5.b. Donner, à partir de la courbe (C_f) , le nombre de solutions de l'équation : $f(x) = -1$

Exercice n°3 :(5 pts) (Tous les résultats seront donnés sous forme de fraction)

Un sac contient 6 boules : trois portant chacune le nombre 2, deux portant chacune le nombre 1 et une seule porte le nombre 0 (Toutes les boules sont indiscernables au toucher).

On tire simultanément au hasard deux boules du sac.

On considère les événements suivants :

A : « Les deux boules tirées portent le nombre 2 »

B : « Les deux boules tirées portent des nombres différents »

- 1 1.a. Montrer que $p(A) = \frac{1}{5}$
- 1.5 1.b. Montrer que $p(\bar{B}) = \frac{4}{15}$ et en déduire $p(B)$ (\bar{B} est l'événement contraire de B)
2. Soit X la variable aléatoire qui est égale au produit des deux nombres portés par les deux boules tirées.
- 2.a. Copier et remplir le tableau ci - contre en justifiant les réponses.
- | | | | | |
|------------|---|---|---|---|
| x_i | 0 | 1 | 2 | 4 |
| $p(X=x_i)$ | | | | |
- 0.5 2.b. Calculer $E(X)$ l'espérance mathématique de la variable aléatoire X

