

Correction de l'exercice - Calcul d'aire

Classe de 1ère STI2D

Énoncé de l'exercice

La voile d'une planche à voile a la forme suivante avec AF un arc de cercle de centre B et de rayon AB . Les dimensions connues sont les suivantes :

- $AD = 4,50$ m
- $DE = 2,50$ m
- $AB = 0,90$ m
- $CD = 0,40$ m
- $\widehat{ABF} = 60^\circ$

Déterminer l'aire de la voile.

Correction

Pour calculer l'aire totale de la voile, nous devons décomposer la voile en plusieurs parties géométriques simples :

- Un triangle $\triangle ABC$
- Un trapèze DEFG
- Un secteur circulaire AFB de centre B et de rayon AB

Étape 1 : Aire du triangle $\triangle ABC$

Le triangle $\triangle ABC$ est un triangle rectangle. On peut utiliser la formule classique pour l'aire d'un triangle :

$$A_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times CD$$

avec $AB = 0,90$ m et $CD = 0,40$ m. Calculons :

$$A_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 0,90 \times 0,40 = 0,18 \text{ m}^2$$

Étape 2 : Aire du secteur circulaire AFB

L'aire d'un secteur circulaire est donnée par la formule :

$$A_{\text{secteur}} = \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi \times r^2$$

avec $\theta = 60^\circ$ et $r = AB = 0,90$ m. Calculons :

$$A_{\text{secteur}} = \frac{60^\circ}{360^\circ} \times \pi \times (0,90)^2 = \frac{1}{6} \times \pi \times 0,81$$

$$A_{\text{secteur}} \approx 0,424 \text{ m}^2$$

Étape 3 : Aire du trapèze DEFG

Pour calculer l'aire du trapèze, nous utilisons la formule :

$$A_{\text{trapèze}} = \frac{1}{2} \times (AD + DE) \times h$$

où $AD = 4,50$ m, $DE = 2,50$ m, et $h = 0,40$ m. Calculons :

$$A_{\text{trapèze}} = \frac{1}{2} \times (4,50 + 2,50) \times 0,40 = \frac{1}{2} \times 7,00 \times 0,40 = 1,40 \text{ m}^2$$

Étape 4 : Aire totale de la voile

L'aire totale de la voile est la somme des aires des trois parties calculées :

$$A_{\text{total}} = A_{\triangle ABC} + A_{\text{secteur}} + A_{\text{trapèze}}$$

$$A_{\text{total}} = 0,18 + 0,424 + 1,40 = 2,004 \text{ m}^2$$

Conclusion

L'aire totale de la voile est donc d'environ $2,00 \text{ m}^2$.