WIMS OEF Statistiques inférentielles

--- Version imprimable ---

Exercices

Exercice 1. C3 - Inférence sur 2 moyennes (groupes indépendants)

Soit 28 individus extraits d'une population par échantillonnage au hasard. Ces 28 individus sont répartis aléatoirement en deux groupes $g1$ et $g2$.
Ils passent une même épreuve évaluée par un score (plus le score est élevé, meilleure est la performance).

Les sujets du groupe $g1$ passent l'épreuve dans une condition $c1$.
Les sujets du groupe $g2$ passent l'épreuve dans une condition $c2$.

Dans le groupe $g1$, il y a 16 individus .
Leurs scores ont pour moyenne 67.563 et pour variance corrigée 492.451.

Dans le groupe $g2$, il y a 12 individus .
Leurs scores ont pour moyenne 54.667 et pour variance corrigée 863.504.

I - Analyse descriptive

1. Calculer la différence entre les 2 moyennes (dans le sens $g2 - g1$) (3 décimales).

$$d_{\text{obs}} = \ ....$$

2. Conclusion descriptive sur le sens de l'effet

Dans cette expérience, selon la moyenne des scores, la condition $c2$ est
- ○ mieux réussie
- ○ moins bien réussie

que la condition $c1$.

3. Calculer l'écart-type corrigé intra (3 décimales).

$$s_{\text{intra}} = \ ....$$

4. Calculer (3 décimales) l'effet calibré (ou d de Cohen).

$$\text{EC} = \ ....$$

5. Conclusion descriptive sur l'importance de l'effet

Dans cette expérience, selon l'effet calibré, la différence entre les moyennes des deux conditions est jugée

- ○ faible (ou petite)
- ○ moyenne
- ○ forte (ou grande)

.

II - Analyse inductive : test d'hypothèse

On souhaite tester l'hypothèse nulle d'égalité des deux moyennes parentes, soit $\delta = 0$.

6. Calculer la valeur de la statistique de test t_{obs} (3 décimales).

$$t_{\text{obs}} = \text{............}$$

7. Donner le nombre de degrés de liberté associé au test.

$$\text{ddl} = \text{............}$$

8. Situer t_{obs} par rapport aux valeurs critiques.

- ○ t_obs <= -t_.001
- ○ t_obs <= -t_.01
- ○ t_obs <= -t_.02
- ○ t_obs <= -t_.05
- ○ | t_obs | < t_.05
- ○ t_obs >= t_.05
- ○ t_obs >= t_.02
- ○ t_obs >= t_.01
- ○ t_obs >= t_.001

= ....

9. En déduire le résultat du test.

Le résultat du test est

- ○ non significatif
- ○ significatif

au seuil

- ○ inférieur
- ○ bilatéral
- ○ supérieur

- ○ 0.05
- ○ 0.025
- ○ 0.01
- ○ 0.005
- ○ 0.0005

.

10. Conclusion inductive

Selon la moyenne des scores,

- ○ la condition c2 est significativement moins bien réussie que la condition c1
- ○ il n'y a pas de différence significative entre les deux conditions
- ○ la condition c2 est significativement mieux réussie que la condition c1

au seuil

- ○ bilatéral
- ○ unilatéral

- ○ 0.05
- ○ 0.025
- ○ 0.01
- ○ 0.005
- ○ 0.0005

.

11. Interprétation

L'hypothèse nulle ($\delta = 0$) est donc

- ○ compatible
- ○ non compatible

avec les données.

- ○ On rejette cette hypothèse ainsi que toutes les hypothèses donnant à delta une valeur positive.
- ○ On ne peut pas rejeter cette hypothèse.
- ○ On rejette cette hypothèse ainsi que toutes les hypothèses donnant à delta une valeur négative.

III - Analyse inductive : intervalle de confiance

12. Calculer (3 décimales) la demi-largeur de l'intervalle de confiance de la différence des deux moyennes au seuil $\alpha = 0.05$.

$$h_\alpha = \text{............}$$

13. En déduire les limites de l'intervalle de confiance.

Limite inférieure : .... ; limite supérieure : ....

14. Relation entre le test d'hypothèse et l'intervalle de confiance

La valeur testée ($\delta =$ ....) est située

○ à l'intérieur
○ à l'extérieur

de l'intervalle de confiance.

L'hypothèse nulle est donc

○ compatible
○ non compatible

avec les données et le résultat du test est

○ non significatif
○ significatif

.

Exercice 2. A5 - Distribution d'échantillon. de la fréquence (approchée)

Les individus d'une population de très grande taille sont décrits par une variable binaire (réponse *oui* ou *non* à une question).
La fréquence de la réponse *oui* dans cette population est $\varphi = 0.67$.

1. On considère la distribution d'échantillonnage de la fréquence pour des échantillons de taille $n = 84$.
Calculer l'écart réduit associé à un échantillon de fréquence $f = \dfrac{55}{84}$ (2 décimales).
En déduire la proportion des échantillons ayant une fréquence inférieure à $\dfrac{55}{84}$ (en %, avec 2 décimales).

$z =$ ....
$P(F<f) =$ .... %

2. On considère la distribution d'échantillonnage de la fréquence pour des échantillons de taille $n = 241$.
Calculer l'écart réduit associé à un échantillon de fréquence $f = \dfrac{170}{241}$ (2 décimales).
En déduire la proportion des échantillons ayant une fréquence supérieure à $\dfrac{170}{241}$ (en %, avec 2 décimales).

$z =$ ....
$P(F>f) =$ .... %

3. Pour des échantillons de taille $n = 101$, calculer l'intervalle de fluctuation à 95% de la fréquence (2 déc.).

(............ , ...)

Exercice 3. A2 - Distribution normale

Une variable numérique Y (scores à une épreuve psychométrique) a, dans une population de très grande taille, une distribution normale de moyenne $\mu = 133$ et d'écart-type $\sigma = 31$.

$$Y \sim N(133, 31^2)$$

1. Calculer l'écart réduit de la valeur $y = 58$ (2 décimales). En déduire la proportion des individus ayant un score inférieur à 58 (en %, avec 2 décimales).

$z =$ ....
$P(Y<y) =$ .... %

2. Calculer l'écart réduit de la valeur $y = 150$ (2 décimales). En déduire la proportion des individus ayant un score supérieur à 150 (en %, avec 2 décimales).

$z =$ ....
$P(Y>y) =$ .... %

3. En déduire la proportion des individus ayant un score compris entre 58 et 150 (en %, avec 2 décimales).

.... %

Exercice 4. B3 - Inférence sur une fréquence : test de typicalité (appro

Les individus d'une population de référence de très grande taille sont décrits par une variable binaire (réponse *oui* ou *non* à une question).
La fréquence de la réponse *oui* dans la population de référence est $\varphi = 0.71$.
On observe 235 réponses *oui* dans un groupe d'observations de 301 individus.
On réalise le test de typicalité avec la méthode approchée.

1. Calculer la fréquence observée de la réponse *oui* dans le groupe d'observations (3 décimales) et énoncer une conclusion descriptive.

$$f_{\text{obs}} = \text{............}$$

La fréquence de la réponse oui est plus
- ○ basse
- ○ élevée

dans le groupe d'observations que dans la population de référence.

2. Calculer la valeur de la statistique de test z_{obs} (3 décimales).

$$z_{\text{obs}} = \text{............}$$

3. Situer z_{obs} par rapport aux valeurs critiques.

- ○ z_obs <= -z_.001
- ○ z_obs <= -z_.01
- ○ z_obs <= -z_.05
- ○ | z_obs | < z_.05
- ○ z_obs >= z_.05
- ○ z_obs >= z_.01
- ○ z_obs >= z_.001

4. En déduire le résultat du test.

Le résultat du test est
- ○ significatif
- ○ non significatif

au seuil
- ○ inférieur
- ○ bilatéral
- ○ supérieur

- ○ 0.05
- ○ 0.025
- ○ 0.005
- ○ 0.0005

.

5. Conclusions

Pour la fréquence de la réponse *oui*, le groupe d'observations
- ○ est atypique à gauche
- ○ n'est pas atypique
- ○ est atypique à droite

de la

	○ 0.05
	○ 0.025
○ unilatéral	○ 0.005
population de référence, au seuil ○ bilatéral	○ 0.0005 .

La fréquence de la réponse *oui*

- ○ est significativement plus basse dans le groupe d'observations que dans la population de référence
- ○ du groupe d'observations ne diffère pas significativement de celle de la population de référence
- ○ est significativement plus élevée dans le groupe d'observations que dans la population de référence

	○ 0.05
	○ 0.025
○ unilatéral	○ 0.005
au seuil ○ bilatéral	○ 0.0005 .

6. Interprétation

Il [○ est légitime / ○ n'y a pas lieu] de chercher à expliquer la [○ sous-représentation / ○ surreprésentation] de la réponse *oui* dans le groupe d'observation.

Exercice 5. B2 - Inférence sur une fréquence, test de typicalité (exact)

Les individus d'une population de référence de très grande taille sont décrits par une variable binaire (réponse *oui* ou *non* à une question).
La fréquence de la réponse *oui* dans la population de référence est $\varphi = 0.51$.
On observe 8 réponses *oui* dans un groupe d'observations de 9 individus.
On réalise le test de typicalité avec la méthode exacte.

1. Calculer la fréquence observée de la réponse *oui* dans le groupe d'observations (3 décimales) et énoncer une conclusion descriptive.

$$f_{\text{obs}} = \text{............}$$

La fréquence de la réponse oui est plus
○ basse
○ élevée
dans le groupe d'observations que dans la population de référence.

La réponse oui est
○ sous-représentée
○ surreprésentée
dans le groupe d'observations.

2. Comparer f_{obs} et φ.

On a
○ f_obs < 0.51
○ f_obs > 0.51
○
donc on calcule
○ le seuil observé inférieur (p_inf)
○ le seuil observé supérieur (p_sup)
○

3. Calculer la valeur du seuil observé unilatéral (5 décimales).

....

4. Situer le seuil observé (p_{inf} ou p_{sup}) par rapport aux seuils-repères unilatéraux traditionnels.

○ p_inf <= 0.0005
○ p_inf <= 0.005
○ p_inf <= 0.025
○ p_obs > 0.025
○ p_sup <= 0.025
○ p_sup <= 0.005
○ p_sup <= 0.0005
○

5. En déduire le résultat du test.

Le résultat du test est

- ○ significatif
- ○ non significatif

au seuil

- ○ inférieur
- ○ bilatéral
- ○ supérieur

- ○ 0.05
- ○ 0.025
- ○ 0.005
- ○ 0.0005

.

6. Conclusions

Pour la fréquence de la réponse *oui*, le groupe d'observations

- ○ est atypique à gauche
- ○ n'est pas atypique
- ○ est atypique à droite

de la population de référence,

au seuil

- ○ unilatéral
- ○ bilatéral

- ○ 0.05
- ○ 0.025
- ○ 0.005
- ○ 0.0005

.

La fréquence de la réponse *oui*

- ○ est significativement plus basse dans le groupe d'observations que dans la population de référence
- ○ du groupe d'observations ne diffère pas significativement de celle de la population de référence
- ○ est significativement plus élevée dans le groupe d'observations que dans la population de référence

au seuil

- ○ unilatéral
- ○ bilatéral

- ○ 0.05
- ○ 0.025
- ○ 0.005
- ○ 0.0005

.

7. Interprétation

Il	○ est légitime ○ n'y a pas lieu	de chercher à expliquer la	○ sous-représentation ○ surreprésentation	de la réponse *oui*

dans le groupe d'observations.

Exercice 6. B4 - Inférence sur une fréquence : test d'hypothèse (exact)

Les individus d'une population de très grande taille sont décrits par une variable binaire (réponse *oui* ou *non* à une question).
La fréquence de la réponse *oui* dans cette population est inconnue.
On observe 1 réponse *oui* dans un échantillon au hasard de 6 individus.

1. Calculer la fréquence observée de la réponse *oui* dans l'échantillon (3 décimales).

$$f_{\text{obs}} = \text{............}$$

2. On souhaite tester, avec la méthode exacte, l'hypothèse nulle d'une fréquence parente φ égale à 0.4.

On a	○ f_obs < 0.4 ○ f_obs > 0.4 ○	donc on calcule	○ le seuil observé inférieur (p_inf) ○ le seuil observé supérieur (p_sup) ○

3. Calculer la valeur du seuil observé unilatéral (5 décimales).

....

4. Situer le seuil observé (p_{inf} ou p_{sup}) par rapport aux seuils-repères unilatéraux traditionnels.

○ p_inf <= 0.0005
○ p_inf <= 0.005
○ p_inf <= 0.025
○ p_obs > 0.025
○ p_sup <= 0.025
○ p_sup <= 0.005
○ p_sup <= 0.0005
○

5. En déduire le résultat du test.

Le résultat du test est
○ significatif
○ non significatif
au seuil
○ inférieur
○ bilatéral
○ supérieur

○ 0.05
○ 0.025
○ 0.005
○ 0.0005
.

6. Conclusion

La fréquence de la réponse *oui*
○ est significativement inférieure à
○ ne diffère pas significativement de
○ est significativement supérieure à
.... au seuil
○ unilatéral
○ bilatéral

○ 0.05
○ 0.025
○ 0.005
○ 0.0005
.

Exercice 7. A1 - Distribution d'une variable numérique discrète

Un exercice est noté sur 7 points. Le tableau ci-dessous donne la distribution des notes obtenues dans un groupe de 364 élèves.

note	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
effectif	2	20	54	65	121	69	25	8

1. Calculer la moyenne et l'écart-type des notes (2 décimales).

moyenne ....
écart-type ....

2. Calculer la proportion des élèves ayant une note inférieure ou égale à 2 (en %, avec 2 décimales).

proportion .... %

3. Calculer la proportion des élèves ayant une note supérieure ou égale à 5 (en %, avec 2 décimales).

proportion .... %

Exercice 8. D2 - Inférence sur un tableau de contingence

Un groupe de 78 individus constitue un échantillon au hasard d'une population parente.
Chacun de ces individus est décrit par les deux variables qualitatives J et K, d'où le tableau de contingence d'effectifs ci-dessous.

	$k1$	$k2$	$k3$	
$j1$	11	15	7	**33**
$j2$	5	21	19	**45**
	16	**36**	**26**	**78**

On souhaite tester l'hypothèse nulle d'absence de liaison entre les deux variables J et K dans la population parente.

1. Calculer (3 décimales) les 6 effectifs théoriques du tableau et vérifier les sommes marginales.

	$k1$	$k2$	$k3$
$j1$	....	....	....
$j2$	....	....	....

2. Calculer (4 décimales) les 6 contributions absolues au khi-2.

	$k1$	$k2$	$k3$
$j1$	....	....	....
$j2$	....	....	....

3. En déduire (3 décimales) la valeur de la statistique de test khi-2 et donner le nombre de degrés de liberté.

$$\chi^2_{\text{obs}} = \text{............}$$
$$\text{ddl} = \text{............}$$

4. Situer χ^2_{obs} par rapport aux valeurs critiques.

○ khi²_obs < khi²_.05

○ khi²_obs >= khi²_.05

○ khi²_obs >= khi²_.02

○ khi²_obs >= khi²_.01

○ khi²_obs >= khi²_.001 = ...

5. En déduire le résultat du test.

Le résultat du test est

- ○ non significatif
- ○ significatif

au seuil

- ○ 0.05
- ○ 0.02
- ○ 0.01
- ○ 0.001

.

6. Conclusion inductive

La liaison entre les deux variables J et K est

- ○ non significative
- ○ significative

au seuil

- ○ 0.05
- ○ 0.02
- ○ 0.01
- ○ 0.001

.

7. Interprétation

L'hypothèse nulle d'absence de liaison entre les deux variables est

- ○ compatible
- ○ non compatible

avec les données.

- ○ On ne peut pas rejeter cette hypothèse.
- ○ On rejette cette hypothèse.

Exercice 9. D1 - Inférence sur une corrélation

Les individus d'une population de très grande taille sont décrits par deux variables numériques (X et Y). Dans cette population, la corrélation entre les deux variables est inconnue.

Dans un échantillon au hasard de $n = 27$ individus, le coefficient de corrélation est $r_{\text{obs}} = 0.511$.

On souhaite tester l'hypothèse d'une corrélation nulle dans la population parente.

1. Calculer la valeur de la statistique de test t_{obs} (3 décimales) et donner le nombre de degrés de liberté associé au test.

$$t_{\text{obs}} = \text{............}$$
$$\text{ddl} = \text{............}$$

2. Situer t_{obs} par rapport aux valeurs critiques.

- ○ t_obs <= -t_.001
- ○ t_obs <= -t_.01
- ○ t_obs <= -t_.02
- ○ t_obs <= -t_.05
- ○ | t_obs | < t_.05
- ○ t_obs >= t_.05
- ○ t_obs >= t_.02
- ○ t_obs >= t_.01
- ○ t_obs >= t_.001

= ....

3. En déduire le résultat du test.

Le résultat du test est

- ○ non significatif
- ○ significatif

au seuil

- ○ inférieur
- ○ bilatéral
- ○ supérieur

- ○ 0.05
- ○ 0.025
- ○ 0.01
- ○ 0.005
- ○ 0.0005

.

4. Conclusion inductive

Entre les deux variables X et Y,

- ○ il y a une corrélation négative significative
- ○ il n'y a pas de corrélation significative
- ○ il y a une corrélation positive significative

au seuil

○ 0.05
○ 0.025
○ 0.01
○ 0.005
○ 0.0005

○ bilatéral
○ unilatéral

.

6. Interprétation

L'hypothèse nulle d'absence de corrélation est donc

○ compatible
○ non compatible

avec les données.

○ On rejette cette hypothèse ainsi que toutes les hypothèses donnant à la corrélation parente une valeur positive.
○ On ne peut pas rejeter cette hypothèse.
○ On rejette cette hypothèse ainsi que toutes les hypothèses donnant à la corrélation parente une valeur négative.

Exercice 10. C2 - Inférence sur 2 moyennes (groupes appariés)

Chacun des 11 individus d'un échantillon au hasard d'une population passe une épreuve dans deux conditions c1 et c2.
Le score obtenu est un indicateur direct de performance (plus le score est élevé, meilleure est la performance).
La moyenne observée des différences individuelles (calculée dans le sens c2 - c1) est $d_{\text{obs}} =$ **-17.455**.
L'écart-type corrigé des différences individuelles est $s =$ **17.046**.

I - Analyse descriptive

1. Conclusion descriptive

Dans cette expérience, selon la moyenne des scores, la condition $c2$ est

○ mieux réussie
○ moins bien réussie

que la condition $c1$.

II - Analyse inductive : test d'hypothèse

On souhaite tester l'hypothèse nulle d'égalité des deux moyennes parentes, soit $\delta = 0$.

2. Calculer la valeur de la statistique de test t_{obs} (3 décimales).

$$t_{\text{obs}} = \ \text{............}$$

3. Donner le nombre de degrés de liberté associé au test.

$$\text{ddl} = \ \text{............}$$

4. Situer t_{obs} par rapport aux valeurs critiques.

- ○ t_obs <= -t_.001
- ○ t_obs <= -t_.01
- ○ t_obs <= -t_.02
- ○ t_obs <= -t_.05
- ○ | t_obs | < t_.05
- ○ t_obs >= t_.05
- ○ t_obs >= t_.02
- ○ t_obs >= t_.01
- ○ t_obs >= t_.001

= ....

5. En déduire le résultat du test.

Le résultat du test est

- ○ non significatif
- ○ significatif

au seuil

- ○ inférieur
- ○ bilatéral
- ○ supérieur

- ○ 0.05
- ○ 0.025
- ○ 0.01
- ○ 0.005
- ○ 0.0005

.

6. Conclusion inductive

Selon la moyenne des scores,

- ○ la condition c2 est significativement moins bien réussie que la condition c1
- ○ il n'y a pas de différence signiificative entre les deux conditions
- ○ la condition c2 est significativement mieux réussie que la condition c1
- ○

au seuil

- ○ bilatéral
- ○ unilatéral

- ○ 0.05
- ○ 0.025
- ○ 0.01
- ○ 0.005
- ○ 0.0005

.

7. Interprétation

L'hypothèse nulle ($\delta = 0$) est donc

- ○ compatible
- ○ non compatible

avec les données.

- ○ On rejette cette hypothèse ainsi que toutes les hypothèses donnant à delta une valeur positive.
- ○ On ne peut pas rejeter cette hypothèse.
- ○ On rejette cette hypothèse ainsi que toutes les hypothèses donnant à delta une valeur négative.

III - Analyse inductive : intervalle de confiance

8. Calculer (3 décimales) la demi-largeur de l'intervalle de confiance de la moyenne des différences individuelles au seuil $\alpha = 0.05$. En déduire les limites de l'intervalle de confiance.

$h_\alpha =$ ....

Limite inférieure .... ; limite supérieure ....

9. Relation entre le test d'hypothèse et l'intervalle de confiance

La valeur testée ($\delta =$ ....) est située

- ○ à l'intérieur
- ○ à l'extérieur

de l'intervalle de confiance.

L'hypothèse nulle est donc
- ○ compatible
- ○ non compatible

avec les données et le résultat du test est

- ○ non significatif
- ○ significatif

.

Exercice 11. A4 - Distribution d'échantillonnage de la fréquence (exacte)

Les individus d'une population de très grande taille sont décrits par une variable binaire (réponse *oui* ou *non* à une question).
La fréquence de la réponse *oui* dans cette population est $\varphi = 0.59$.
On considère la distribution d'échantillonnage de la fréquence pour des échantillons de taille $n = 12$.

1. Calculer la proportion des échantillons ayant une fréquence de réponse *oui* égale à $\frac{0}{12}, \frac{1}{12}$ et $\frac{2}{12}$ (5 décimales).
En déduire la proportion des échantillons ayant une fréquence de réponse *oui* inférieure ou égale à $\frac{2}{12}$ (5 décimales).

$$P\left(F = \frac{0}{12}\right) = \text{............}$$
$$P\left(F = \frac{1}{12}\right) = \text{............}$$
$$P\left(F = \frac{2}{12}\right) = \text{............}$$
$$P\left(F \leq \frac{2}{12}\right) = \text{............}$$

2. Calculer la proportion des échantillons ayant une fréquence de réponse *oui* égale à $\frac{11}{12}$ et $\frac{12}{12}$ (5 décimales).
En déduire la proportion des échantillons ayant une fréquence de réponse *oui* supérieure ou égale à $\frac{11}{12}$ (5 décimales).

$$P\left(F = \frac{11}{12}\right) = \text{............}$$
$$P\left(F = \frac{12}{12}\right) = \text{............}$$
$$P\left(F \geq \frac{11}{12}\right) = \text{............}$$

Exercice 12. B5 - Inférence sur une fréquence, test d'hypothèse approché

Les individus d'une population de très grande taille sont décrits par une variable binaire (réponse *oui* ou *non* à une question).
La fréquence φ de la réponse *oui* dans cette population est inconnue.
On observe 537 réponses *oui* dans un échantillon au hasard de 869 individus.

1. Calculer la fréquence observée de la réponse *oui* dans l'échantillon (3 décimales).

$$f_{\text{obs}} = \text{............}$$

I - Test d'hypothèse

2. On souhaite tester, avec la méthode approchée, l'hypothèse nulle $\varphi = 0.64$.
Calculer la valeur observée de la statistique de test z (3 décimales).

$$z_{\text{obs}} = \text{............}$$

3. Situer z_{obs} par rapport aux valeurs critiques.

○ z_obs <= -z_.001
○ z_obs <= -z_.01
○ z_obs <= -z_.05
○ | z_obs | < z_.05
○ z_obs >= z_.05
○ z_obs >= z_.01
○ z_obs >= z_.001

4. En déduire le résultat du test.

Le résultat du test est [○ significatif / ○ non significatif] au seuil [○ inférieur / ○ bilatéral / ○ supérieur] [○ 0.05 / ○ 0.025 / ○ 0.005 / ○ 0.0005] .

5. Conclusion

La fréquence de la réponse *oui*

- ○ est significativement inférieure à
- ○ ne diffère pas significativement de
- ○ est significativement supérieure à

au seuil

- ○ 0.05
- ○ 0.025
- ○ 0.005
- ○ 0.0005

- ○ ....

.

II - Intervalle de confiance

6. Calculer (3 décimales) la demi-largeur de l'intervalle de confiance de la fréquence au seuil bilatéral 0.05.

$$h_{.05} = \text{............}$$

7. En déduire (3 décimales) les limites de l'intervalle de confiance de la fréquence au seuil bilatéral 0.05.

$$\mathrm{IC}_{.05} = (\text{............} ; \text{............})$$

8. Vérifier la cohérence entre l'intervalle de confiance et le résultat du test.

La fréquence parente testée ci-dessus, $\varphi =$ l'extérieur, l'intérieur , est située à

- ○ non compatible
- ○ compatible

de l'intervalle de confiance.

Cette hypothèse est donc

- ○ significatif
- ○ non significatif

avec les données

et le test donne bien un résultat

- ○

.

Exercice 13. B1 - Test psychométrique

On note Y la variable numérique formée par les scores obtenus à une épreuve psychométrique.
Dans une population de référence, cette variable a une distribution normale de moyenne $\mu = 95$ et d'écart-type $\sigma = 22$.

$$Y \sim N(95, 22^2)$$

Un individu obtient un score de 42 points à cette épreuve.

1. Calculer la valeur de la statistique de test z_{obs} associée au score $y_{\text{obs}} = 42$ (3 décimales).

$$z_{\text{obs}} = \text{............}$$

2. Situer z_{obs} par rapport aux valeurs critiques.

○ z_obs <= -z_.001
○ z_obs <= -z_.01
○ z_obs <= -z_.05
○ I z_obs I < z_.05
○ z_obs >= z_.05
○ z_obs >= z_.01
○ z_obs >= z_.001

3. Conclusion

L'individu qui obtient un score de 42 points [○ est extrême à gauche / ○ n'est pas extrême / ○ est extrême à droite] par rapport à la population de référence au seuil [○ unilatéral / ○ bilatéral] [○ 0.05 / ○ 0.025 / ○ 0.005 / ○ 0.0005] .

Exercice 14. A3 - Distribution d'échantillonnage de la moyenne

Une variable numérique Y (scores à une épreuve psychométrique) a, dans une population de très grande taille, une distribution normale de moyenne $\mu = 119$ et d'écart-type $\sigma = 21$.

$$Y \sim N(119, 21^2)$$

1. On considère l'ensemble des échantillons de taille $n = 96$.
Calculer l'écart réduit associé à un échantillon de moyenne $m = 114.75$ (2 décimales).

En déduire la proportion des échantillons ayant une moyenne inférieure à 114.75 (en %, avec 2 décimales).

$z =$ ....

$P(M<m) =$ .... %

2. On considère l'ensemble des échantillons de taille $n = 36$.
Calculer l'écart réduit associé à un échantillon de moyenne $m = 124.28$ (2 décimales).
En déduire la proportion des échantillons ayant une moyenne supérieure à 124.28 (en %, avec 2 décimales).

$z =$ ....

$P(M>m) =$ .... %

3. Pour des échantillons de taille $n = 78$, calculer l'intervalle de fluctuation à 95% de la moyenne (2 déc.).

(............ , ...)

Exercice 15. C1 - Inférence sur une moyenne

Les individus d'une population de très grande taille sont décrits par une variable numérique (score à une épreuve psychométrique).
La moyenne μ de la variable dans cette population est inconnue.
Dans un échantillon au hasard de 30 individus, la moyenne des scores est $m_{\text{obs}} = 116.8$ et l'écart-type corrigé est $s = 30.797$.

I - Test d'hypothèse

1. On souhaite tester l'hypothèse nulle $\mu = 125$.
Calculer la valeur observée de la statistique de test t de Student (3 décimales).

$t_{\text{obs}} =$ ....

2. Donner le nombre de degrés de liberté associé au test.

ddl = ...

3. Situer t_{obs} par rapport aux valeurs critiques.

- ○ t_obs <= -t_.001
- ○ t_obs <= -t_.01
- ○ t_obs <= -t_.02
- ○ t_obs <= -t_.05
- ○ | t_obs | < t_.05
- ○ t_obs >= t_.05
- ○ t_obs >= t_.02
- ○ t_obs >= t_.01
- ○ t_obs >= t_.001

= ....

4. En déduire le résultat du test.

Le résultat du test est

- ○ non significatif
- ○ significatif

au seuil

- ○ inférieur
- ○ bilatéral
- ○ supérieur

- ○ 0.05
- ○ 0.025
- ○ 0.01
- ○ 0.005
- ○ 0.0005

.

5. Conclusion inductive

La moyenne des scores

- ○ est significativement inférieure à
- ○ ne diffère pas significativement de
- ○ est significativement supérieure à

125 au seuil

- ○ bilatéral
- ○ unilatéral

○ 0.05
○ 0.025
○ 0.01
○ 0.005
○ 0.0005

.

6. Interprétation

L'hypothèse nulle $\mu = 125$ est

○ compatible
○ non compatible

avec les données.

○ On rejette cette hypothèse ainsi que toutes les hypothèses donnant à mu une valeur supérieure à 125.
○ On ne peut pas rejeter cette hypothèse.
○ On rejette cette hypothèse ainsi que toutes les hypothèses donnant à mu une valeur inférieure à 125.

II - Intervalle de confiance

7. Calculer (3 décimales) la demi-largeur de l'intervalle de confiance de la moyenne au seuil $\alpha = 0.05$. En déduire les limites de l'intervalle de confiance.

$h_\alpha =$ ....

Limite inférieure .... ; limite supérieure ....

8. Relation entre le test d'hypothèse et l'intervalle de confiance

La valeur testée ($\mu =$ ....) est située

○ à l'intérieur
○ à l'extérieur

de l'intervalle de confiance.

L'hypothèse nulle est donc

○ compatible
○ non compatible

avec les données et le résultat du test est

○ non significatif
○ significatif

.

Réponses

Réponse à l'exercice 1.

- *d_obs*: -12.896
- *conclusion desc*: moins bien réussie
- *s_intra*: 25.484
- *EC*: 0.506
- *importance*: moyenne
- *t_obs*: -1.325
- *ddl*: 26
- *-z_alpha ou z_alpha ?*: t_obs <= -t_.001
- *t_alpha*: NaN
- *S ou SN ?*: significatif
- *inf, sup ou bil ?*: inférieur
- *alpha ou alpha/2 ?*: 0.0005
- *atypique ?*: la condition c2 est significativement moins bien réussie que la condition c1
- *uni ou bil ?*: unilatéral
- *alpha ou alpha/2 ?*: 0.0005
- *compatible ou non compatible ?*: non compatible
- *non rejet ou rejet ?*: On rejette cette hypothèse ainsi que toutes les hypothèses donnant à delta une valeur positive.
- *h*: -9.223372e+15
- *lim_inf*: 9.223372e+15
- *lim_sup*: -9.223372e+15
- *delta_0*: 0
- *intérieur ou extérieur ?*: à l'extérieur
- *compatible ou non compatible ?*: non compatible
- *S ou SN ?*: significatif

Réponse à l'exercice 2.

- *z1*: -0.3
- *pinf*: 38.21
- *z2*: 1.17
- *psup*: 12.1
- *lim1*: 0.58
- *lim2*: 0.76

Réponse à l'exercice 3.

- *z1*: -2.42
- *pinf*: 0.78
- *z2*: 0.55
- *psup*: 29.12

- *pint*: 70.1

Réponse à l'exercice 4.

- *f_obs*: 0.781
- *basse ou élevée ?*: élevée
- *z*: 2.704
- *-z_alpha ou z_alpha ?*: z_obs >= z_.01
- *S ou SN ?*: significatif
- *inf, sup ou bil ?*: supérieur
- *alpha ou alpha/2 ?*: 0.005
- *atypique ?*: est atypique à droite
- *uni ou bil ?*: unilatéral
- *alpha ou alpha/2 ?*: 0.005
- *diffère ?*: est significativement plus élevée dans le groupe d'observations que dans la population de référence
- *uni ou bil ?*: unilatéral
- *alpha ou alpha/2 ?*: 0.005
- *légitime ?*: est légitime
- *sous ou surreprésentation ?*: surreprésentation

Réponse à l'exercice 5.

- *f_obs*: 0.889
- *basse ou élevée ?*: élevée
- *sous-représentée ou surreprésentée ?*: surreprésentée
- *gauche ou droite ?*: f_obs > 0.51
- *p_inf ou p_sup ?*: le seuil observé supérieur (p_sup)
- *z*: 0.02251
- *p_inf ou p_sup ?*: p_sup <= 0.025
- *S ou SN ?*: significatif
- *inf, sup ou bil ?*: supérieur
- *alpha ou alpha/2 ?*: 0.025
- *diffère ?*: est atypique à droite
- *uni ou bil ?*: unilatéral
- *alpha ou alpha/2 ?*: 0.025
- *diffère ?*: est significativement plus élevée dans le groupe d'observations que dans la population de référence
- *uni ou bil ?*: unilatéral
- *alpha ou alpha/2 ?*: 0.025
- *légitime ?*: est légitime
- *sous ou surreprésentation ?*: surreprésentation

Réponse à l'exercice 6.

- *f_obs*: 0.167
- *gauche ou droite ?*: f_obs < 0.4
- *p_inf ou p_sup ?*: le seuil observé inférieur (p_inf)
- *z*: 0.23328
- *p_inf ou p_sup ?*: p_obs > 0.025
- *S ou SN ?*: non significatif
- *inf, sup ou bil ?*: bilatéral
- *alpha ou alpha/2 ?*: 0.05

- *diffère ?*: ne diffère pas significativement de
- *phi_0*: 0.4
- *uni ou bil ?*: bilatéral
- *alpha ou alpha/2 ?*: 0.05

Réponse à l'exercice 7.

- *moyenne*: 3.73
- *écart-type*: 1.39
- *pct_inf*: 20.88
- *pct_sup*: 28.02

Réponse à l'exercice 8.

- *hn_j1k1*: 6.769
- *hn_j1k2*: 15.231
- *hn_j1k3*: 11
- *hn_j2k1*: 9.231
- *hn_j2k2*: 20.769
- *hn_j2k3*: 15
- *Cta_j1k1*: 2.6446
- *Cta_j1k2*: 0.0035
- *Cta_j1k3*: 1.4545
- *Cta_j2k1*: 1.9393
- *Cta_j2k2*: 0.0026
- *Cta_j2k3*: 1.0667
- *khi2_obs*: 7.111
- *ddl*: 2
- *on situe khi2_obs*: khi²_obs >= khi²_.001
- *khi2_alpha*: NaN
- *significatif ?*: significatif
- *alpha ?*: 0.001
- *significative ?*: significative
- *alpha ?*: 0.001
- *compatible ?*: non compatible
- *rejet ?*: On rejette cette hypothèse.

Réponse à l'exercice 9.

- *t_obs*: 2.972
- *ddl*: 25
- *-z_alpha ou z_alpha ?*: t_obs >= t_.001
- *t_alpha*: NaN
- *S ou SN ?*: significatif
- *inf, sup ou bil ?*: supérieur
- *alpha ou alpha/2 ?*: 0.0005
- *significative ?*: il y a une corrélation positive significative
- *uni ou bil ?*: unilatéral
- *alpha ou alpha/2 ?*: 0.0005
- *compatible ou non compatible ?*: non compatible
- *rejet ?*: On rejette cette hypothèse ainsi que toutes les hypothèses donnant à la corrélation parente une valeur négative.

Réponse à l'exercice 10.

- *mieux ou moins bien ?*: moins bien réussie
- *t_obs*: -3.396
- *ddl*: 10
- *-z_alpha ou z_alpha ?*: t_obs <= -t_.001
- *t_alpha*: NaN
- *S ou SN ?*: significatif
- *inf, sup ou bil ?*: inférieur
- *alpha ou alpha/2 ?*: 0.0005
- *conclusion inductive*: la condition c2 est significativement moins bien réussie que la condition c1
- *uni ou bil ?*: unilatéral
- *alpha ou alpha/2 ?*: 0.0005
- *compatible ou non compatible ?*: non compatible
- *non rejet ou rejet ?*: On rejette cette hypothèse ainsi que toutes les hypothèses donnant à delta une valeur positive.
- *h*: -9.223372e+15
- *lim_inf*: 9.223372e+15
- *lim_sup*: -9.223372e+15
- *delta_0*: 0
- *intérieur ou extérieur ?*: à l'extérieur
- *compatible ou non compatible ?*: non compatible
- *S ou SN ?*: significatif

Réponse à l'exercice 11.

- *p0*: 2e-05
- *p1*: 0.00039
- *p2*: 0.00308
- *pinf*: 0.00349
- *pny*: 0.01484
- *pn*: 0.00178
- *pinf*: 0.01662

Réponse à l'exercice 12.

- *f_obs*: 0.618
- *z*: -1.354
- *-z_alpha ou z_alpha ?*: | z_obs | < z_.05
- *S ou SN ?*: non significatif
- *inf, sup ou bil ?*: bilatéral
- *alpha ou alpha/2 ?*: 0.05
- *atypique ?*: ne diffère pas significativement de
- *phi_zéro*:
- *uni ou bil ?*: bilatéral
- *alpha ou alpha/2 ?*: 0.05
- *demi-largeur*: 0.032
- *lim_inf*: 0.586
- *lim_sup*: 0.65
- *phi_zéro*: 0.64
- *extérieur ou intérieur ?*: l'intérieur
- *compatible ?*: compatible
- *S ou SN ?*: non significatif

Réponse à l'exercice 13.

- *z*: -2.409
- *-z_alpha ou z_alpha ?*: z_obs <= -z_.05
- *extrême ?*: est extrême à gauche
- *uni ou bil ?*: unilatéral
- *alpha ou alpha/2 ?*: 0.025

Réponse à l'exercice 14.

- *z1*: -1.98
- *pinf*: 2.39
- *z2*: 1.51
- *psup*: 6.55
- *lim1*: 114.34
- *lim2*: 123.66

Réponse à l'exercice 15.

- *t_obs*: -1.458
- *ddl*: 29
- *-z_alpha ou z_alpha ?*: t_obs <= -t_.001
- *t_alpha*: NaN
- *S ou SN ? Test*: significatif
- *inf, sup ou bil ?*: inférieur
- *alpha ou alpha/2 ?*: 0.0005
- *atypique ?*: est significativement inférieure à
- *uni ou bil ?*: unilatéral
- *alpha ou alpha/2 ?*: 0.0005
- *compatible ou non compatible ?*: non compatible
- *atypique ?*: On rejette cette hypothèse ainsi que toutes les hypothèses donnant à mu une valeur supérieure à 125.
- *h*: -9.223372e+15
- *lim_inf*: 9.223372e+15
- *lim_sup*: -9.223372e+15
- *Mu0*: 125
- *intérieur ou extérieur ?*: à l'extérieur
- *compatible ou non compatible ?*: non compatible
- *S ou SN ? Test*: significatif