Désignons plutôt par $M_A(r)$ le terme au membre de gauche ; il est immédiat de vérifier que, si P est inversible, alors $M_{P^{-1}AP}(r) = P^{-1}M_A(r)P$ pour tout r et que, si A est diagonale par blocs $A_1, \ldots, A_k$, alors $M_A(r)$ est diagonale par blocs $M_{A_1}(r), \ldots$ Grâce à la décomposition de DUNFORD, on se ramène au cas où A n'admet qu'une valeur propre, disons λ, et l'on munit $\mathfrak{M}_n(\mathbb{C})$ d'une norme matricielle. Il y a deux cas :

- Si $|\lambda| < r$, on écrit $(re^{it}I_n - A)^{-1} = e^{-it}(I_n - Ae^{-it}/r)^{-1}/r = \displaystyle\sum_{\ell=0}^{+\infty} \frac{A^\ell}{(re^{it})^{\ell+1}}$, de sorte que l'intégrande est $\displaystyle\sum_{\ell=0}^{+\infty} \frac{A^\ell}{(re^{it})^{\ell}}$, avec convergence normale sur le segment $[-\pi, \pi]$ (voir *infra*). Ainsi, $M_A(r) = I_n$ (en effet, $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} e^{kit}\,\mathrm{d}t = 2\pi\delta_{k,0}$ pour $k \in \mathbb{Z}$).
- Si $|\lambda > r|$, alors A est inversible et c'est cette fois A que l'on factorise dans la parenthèse ; on obtient alors $(re^{it}I_n - A)^{-1} = -A^{-1}(I_n - rA^{-1}e^{it})^{-1} = -\displaystyle\sum_{\ell=0}^{+\infty}(re^{it})^\ell A^{-\ell-1}$. Y ayant encore convergence normale, on en déduit que $M_A(r) = 0$ pour tout r.

En résumé, dans le cas d'une matrice diagonale par blocs, $M_A(r)$ est la matrice de la projection orthogonale sur les sous-espaces caractéristiques associés aux valeurs propres $|\lambda| < r$, parallèlement aux autres, et cela se généralise au cas d'une matrice quelconque.

[*Remords.*] Il reste à montrer que, si une matrice A de format (n, n) possède une unique valeur propre λ et si $a > \lambda$, la série de terme général $||A^\ell||/a^\ell$ converge. Or, A est de la forme $\lambda I_n + N$, où N est nilpotente ; de ce fait, $||A^\ell||/a^\ell = \mathrm{O}(\ell^{n-1}|\lambda/a|^\ell)$ puisque $N^\ell = 0$.