Русский.

Задание: Доказать, что для уравнений $a^7+b^7=c^7$, (1), и $a^{11}+b^{11}=c^{11}$, (2), при $a^3+b^3=c^3$,(3), верно равенство a=b, где a, b, c есть первые цифры справа чисел x, y, z из уравнения ВТФ.

Предварительное замечание: это доказательство использует только первые цифры, а,б,с, справа у всех чисел, x,y,z, x^n, y^n, z^n и не использует явно терминологию модульной арифметики. Это ясно, что ,например, 167=7 мод 10, но это не используется здесь, чтобы доказательство было понятно любому, кто не знаком с модульной арифметикой.

Доказательство:

1. Делим уравнение (1) на уравнение (3): $(a^7+b^7)/(a^3+b^3)=(c^7)/(c^3)$ и получаем $(a^7+b^7)/(a^3+b^3)=c^4$,(4).
2. Возводим уравнение (4) в квадрат, получив $((a^7+b^7)^2)/((a^3+b^3)^2)=c^8$, (5).
3. Делим уравнение (2) на уравнение (3): $(a^{11}+b^{11})/(a^3+b^3)=(c^{11})/(c^3)$ и получаем $(a^{11}+b^{11})/(a^3+b^3)=c^8$,(6).
4. Делим уравнение (5) на уравнение (6), $[((a^7+b^7)^2)/((a^3+b^3)^2)]/[(a^{11}+b^{11})/(a^3+b^3)]=1$ и получаем $((a^7+b^7)^2)/[(a^3+b^3)(a^{11}+b^{11})]=1$, (7).
5. Переписываем уравнение (7) таким образом: $(a^3+b^3)(a^{11}+b^{11})=(a^7+b^7)^2$, (8).
6. Переписываем уравнение (8) таким образом: $a^{14}+a^{11}b^3+a^3b^{11}+b^{14}=a^{14}+2a^7b^7+b^{14}$, (9).
7. Аннулируем в уравнении (9) слагаемые a^{14} и b^{14} справа и слева, поскольку в сумме они дают 0, и получаем $a^3b^3(a^8+b^8)=2a^7b^7$, (10).
8. Сокращаем обе стороны полученного уравнения на a^3b^3и получаем $a^8+b^8=2a^4b^4$, (11).
9. Переносим $2a^4b^4$, справа налево: $a^8-2a^4b^4+b^8=0$, (12).
10. Уравнение (12) представляет собой разложение квадратного уравнения: $(a^4-b^4)^2=0$,(13).
11. Из уравнения (13) следует, что $a^4-b^4=0$, (14).
12. Из уравнения (14) следует, что $a^4=b^4$, (15).
13. Из уравнения (15) следует, что a=b, (16).
14. Из уравнения (16) следует, что гипотеза a=b доказана.
15. Из п.14 прямо следует, что x=y=z=0, т.е., тривиальное решение для уравнения ВТФ.

Литература:

https://www.researchgate.net/publication/382142554_ACCEPTABLE_DIGITS_IN_LOWER_ORDERS_OF_NUMBERS_FOR_THE_EQUATIONS_OF_FERMAT'S_LAST_THEOREM

English.

Task: Prove that for the equations $a^7+b^7=c^7$, (1), and $a^{11}+b^{11}=c^{11}$, (2), with $a^3+b^3=c^3$, (3), the equality a=b is true, where a, b, c are the first digits on the right of the numbers x, y, z from the FLT equation.

Preliminary note: this proof uses only the first digits, a,b,c, on the right of all numbers, x,y,z, x^n, y^n, z^n, and does not explicitly use the theory of modular arithmetic. It is clear that, for example, 167=7 mod 10, but this is not used here so that the proof is understandable to anyone not familiar with modular arithmetic.

Proof:

1. We divide equation (1) by equation (3): $(a^7+b^7)/(a^3+b^3)=(c^7)/(c^3)$ and get $(a^7+b^7)/(a^3+b^3)=c^4$,(4).
2. We square equation (4), obtaining $((a^7+b^7)^2)/((a^3+b^3)^2)=c^8$, (5).
3. We divide equation (2) by equation (3): $(a^{11}+b^{11})/(a^3+b^3)=(c^{11})/(c3)$ and get $(a^{11}+b^{11})/(a^3+b^3)=c^8$,(6).
4. We divide equation (5) by equation (6), $[((a^7+b^7)^2)/((a^3+b^3)^2)]/[(a^{11}+b^{11})/(a^3+b^3)]=1$ and get $((a^7+b^7)^2)/[(a^3+b^3)(a^{11}+b^{11})]=1$, (7).
5. We rewrite equation (7) as follows: $(a^3+b^3)(a^{11}+b^{11})=(a^7+b^7)^2$, (8).
6. We rewrite equation (8) as follows: $a^{14}+a^{11}b^3+a^3b^{11}+b^{14}=a^{14}+2a^7b^7+b^{14}$, (9).
7. We cancel out the terms a^{14} and b^{14} on the right and left in equation (9), since they add up to 0, and we get $a^3b^3(a^8+b^8)=2a^7b^7$, (10).
8. We reduce both sides of the resulting equation by a^3b^3 and get $a^8+b^8=2a^4b^4$, (11).
9. We carry $2a^4b^4$, from right to left: $a^8-2a^4b^4+b^8=0$, (12).
10. Equation (12) is an expansion of a quadratic equation: $(a^4-b^4)^2=0$, (13).
11. It follows from equation (13), that $a^4-b^4=0$, (14).
12. It follows from equation (14), that $a^4=b^4$, (15).
13. It follows from equation (13), that a=b, (16).
14. It follows from the equation (16), that the hypothesis a=b is proven.
15. It directly follows from the point 14, that x=y=z=0, i.e., it the a trivial solution for the FLT equation.

Reference:

https://www.researchgate.net/publication/382142554_ACCEPTABLE_DIGITS_IN_LOWER_ORDERS_OF_NUMBERS_FOR_THE_EQUATIONS_OF_FERMAT'S_LAST_THEOREM

Français.

Tâche: Démontrer que pour les équations $a^7+b^7=c^7$, (1) et $a^{11}+b^{11}=c^{11}$, (2), avec $a^3+b^3=c^3$, (3), l'égalité a=b est vraie, où a, b, c sont les premiers chiffres à droite des nombres x, y, z, dans l'équation du dernier théorème de Fermat..

Remarque préliminaire: cette preuve n'utilise que les premiers chiffres, a, b, c, à droite de tous les nombres, x, y, z, x^n, y^n, z^n, et n'utilise pas explicitement la théorie de l'arithmétique modulaire. Il est clair que, par exemple, 167=7 mod 10, mais cela n'est pas utilisé ici afin que la preuve soit compréhensible pour toute personne non familière avec l'arithmétique modulaire.

Preuve:

1. On divise l'équation (1) par l'équation (3) : $(a^7+b^7)/(a^3+b^3)=(c^7)/(c^3)$ et on obtient $(a^7+b^7)/(a^3+b^3)=c^4$,(4).
2. On met au carré l'équation (4), on obtient $((a^7+b^7)^2)/((a^3+b^3)^2)=c^8$, (5).
3. . On divise l'équation (2) par l'équation (3) : $(a^{11}+b^{11})/(a^3+b^3)=(c^{11})/(c^3)$ et on obtient $(a^{11}+b^{11})/(a^3+b^3)=c^8$,(6).
4. On divise l'équation (5) par l'équation (6), $[((a^7+b^7)^2)/((a^3+b^3)^2)]/[(a^{11}+b^{11})/(a^3+b^3)] =1$ et on obtient $((a^7+b^7)^2)/[(a^3+b^3)(a^{11}+b^{11})]=1$, (7).
5. On réécrit l'équation (7) comme suit : $(a^3+b^3)(a^{11}+b^{11})= (a^7+b^7)^2$, (8).
6. On réécrit l'équation (8) comme suit : $a^{14}+a^{11}b^3+a^3b^{11}+b^{14}=a^{14}+2a^7b^7+b^{14}$, (9).
7. On annule les termes a^{14} et b^{14} à droite et à gauche dans l'équation (9), car leur somme est égale à 0, et on obtient $a^3b^3(a^8+b^8)=2a^7b^7$, (10).
8. On réduit les deux côtés de l'équation résultante par a^3b^3 et on obtient $a^8+b^8=2a^4b^4$, (11).
9. On porte $2a^4b^4$, de droite à gauche : $a^8-2a^4b^4+b^8=0$, (12).
10. L'équation (12) est un développement d'une équation quadratique : $(a^4-b^4)^2=0$, (13).
11. Il résulte de l'équation (13), que $a^4-b^4=0$, (14).
12. Il résulte de l'équation (14), que $a^4=b^4$, (15).
13. Il résulte de l'équation (13), que a=b, (16).
14. Il résulte de l'équation (16) que l'hypothèse a=b est prouvée.
15. Il résulte directement du point 14 que x=y=z=0, c'est-à-dire qu'il s'agit d'une solution triviale pour l'équation FLT.

Référence:

https://www.researchgate.net/publication/382142554_ACCEPTABLE_DIGITS_IN_LOWER_ORDERS_OF_NUMBERS_FOR_THE_EQUATIONS_OF_FERMAT'S_LAST_THEOREM