Exercice n°1:(4 pts)

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $u_0=0$ et $u_{n+1}=\frac{3}{5}u_n-2$ pour tout n de IN

0.5 1. Calculer u_1 et u_2

2. On pose pour tout n de $\mathbb{N}$: $v_n=u_n+5$

0.25 2.a. Calculer v_0

1 2.b. Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{3}{5}$

1 2.c. Donner l'expression de v_n en fonction de n

0.75 3.a. Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_n=5\left[\left(\frac{3}{5}\right)^n-1\right]$

0.5 3.b. Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

Exercice n°2:(11 pts)

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$ par :

$f(x)=e^x-\frac{x}{x-1}$ et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

1 1.a. Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

0.5 1.b. Donner une interprétation géométrique du résultat.

1.5 2.a. Montrer que $\lim\limits_{\substack{x\to1\\x<1}}f(x)=+\infty$ et que $\lim\limits_{\substack{x\to1\\x>1}}f(x)=-\infty$

0.5 2.b. Donner une interprétation géométrique des résultats.

1 3.a. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

1.5 3.b. Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=+\infty$

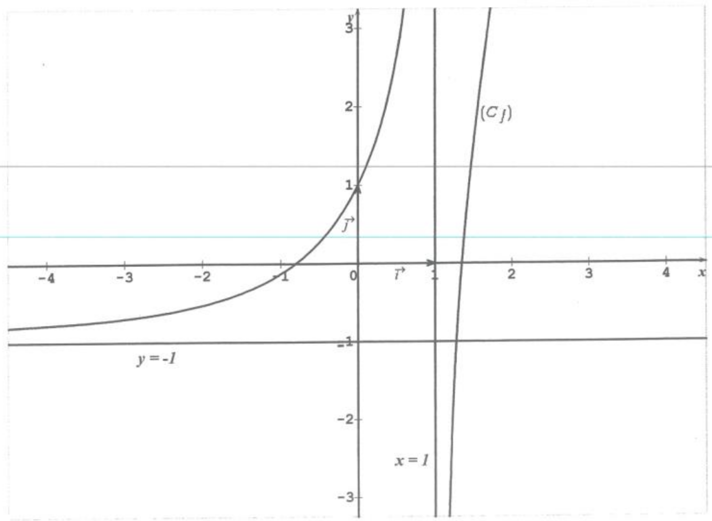
0.5 3.c. Donner une interprétation géométrique du résultat.

1.5 4.a. Montrer que pour tout x de $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$; $f'(x)=e^x+\frac{1}{(x-1)^2}$

1 4.b. Montrer que f est croissante sur chacun des intervalles $]-\infty;1[$ et $]1;+\infty[$

0.5 4.c. Dresser le tableau de variations de f sur $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$

5. Dans la figure ci-dessous (C_f) est la courbe représentative de f dans le repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$



0.75 5.a. Donner, à partir de la courbe (C_f), le nombre de solutions de l'équation : $f(x)=1$

0.75 5.b. Donner, à partir de la courbe (C_f), le nombre de solutions de l'équation : $f(x)=-1$

Exercice n°3 :(5 pts) (Tous les résultats seront donnés sous forme de fraction)

Un sac contient 6 boules : trois portant chacune le nombre 2, deux portant chacune le nombre 1 et une seule porte le nombre 0 (Toutes les boules sont indiscernables au toucher).
On tire simultanément au hasard deux boules du sac.
On considère les événements suivants :
A : « Les deux boules tirées portent le nombre 2 »
B : « Les deux boules tirées portent des nombres différents »

1 1.a. Montrer que $p(A)=\frac{1}{5}$

1.5 1.b. Montrer que $p(\overline{B})=\frac{4}{15}$ et en déduire $p(B)$ ($\overline{B}$ est l'événement contraire de B)

2. Soit X la variable aléatoire qui est égale au produit des deux nombres portés par les deux boules tirées.

2 2.a. Copier et remplir le tableau ci – contre en justifiant les réponses.

x_i	0	1	2	4
$p(X=x_i)$				

0.5 2.b. Calculer $E(X)$ l'espérance mathématique de la variable aléatoire X