

Conférences : compte-rendu
de la 49e session, Grenoble
1925 / Association française
pour l'avancement des
sciences...

Association française pour l'avancement des sciences. Congrès (049 ; 1925 ; Grenoble). Auteur du texte. Conférences : compte-rendu de la 49e session, Grenoble 1925 / Association française pour l'avancement des sciences.... 1926.

1/ Les contenus accessibles sur le site Gallica sont pour la plupart des reproductions numériques d'oeuvres tombées dans le domaine public provenant des collections de la BnF. Leur réutilisation s'inscrit dans le cadre de la loi n°78-753 du 17 juillet 1978 :

- La réutilisation non commerciale de ces contenus ou dans le cadre d'une publication académique ou scientifique est libre et gratuite dans le respect de la législation en vigueur et notamment du maintien de la mention de source des contenus telle que précisée ci-après : « Source gallica.bnf.fr / Bibliothèque nationale de France » ou « Source gallica.bnf.fr / BnF ».

- La réutilisation commerciale de ces contenus est payante et fait l'objet d'une licence. Est entendue par réutilisation commerciale la revente de contenus sous forme de produits élaborés ou de fourniture de service ou toute autre réutilisation des contenus générant directement des revenus : publication vendue (à l'exception des ouvrages académiques ou scientifiques), une exposition, une production audiovisuelle, un service ou un produit payant, un support à vocation promotionnelle etc.

[CLIQUER ICI POUR ACCÉDER AUX TARIFS ET À LA LICENCE](#)

2/ Les contenus de Gallica sont la propriété de la BnF au sens de l'article L.2112-1 du code général de la propriété des personnes publiques.

3/ Quelques contenus sont soumis à un régime de réutilisation particulier. Il s'agit :

- des reproductions de documents protégés par un droit d'auteur appartenant à un tiers. Ces documents ne peuvent être réutilisés, sauf dans le cadre de la copie privée, sans l'autorisation préalable du titulaire des droits.

- des reproductions de documents conservés dans les bibliothèques ou autres institutions partenaires. Ceux-ci sont signalés par la mention Source gallica.BnF.fr / Bibliothèque municipale de ... (ou autre partenaire). L'utilisateur est invité à s'informer auprès de ces bibliothèques de leurs conditions de réutilisation.

4/ Gallica constitue une base de données, dont la BnF est le producteur, protégée au sens des articles L341-1 et suivants du code de la propriété intellectuelle.

5/ Les présentes conditions d'utilisation des contenus de Gallica sont régies par la loi française. En cas de réutilisation prévue dans un autre pays, il appartient à chaque utilisateur de vérifier la conformité de son projet avec le droit de ce pays.

6/ L'utilisateur s'engage à respecter les présentes conditions d'utilisation ainsi que la législation en vigueur, notamment en matière de propriété intellectuelle. En cas de non respect de ces dispositions, il est notamment passible d'une amende prévue par la loi du 17 juillet 1978.

7/ Pour obtenir un document de Gallica en haute définition, contacter utilisation.commerciale@bnf.fr.

l'extension et de la profondeur acquises par la recherche géométrique le concept de « coordonnée » subit des modifications d'une importance hors ligne : d'un côté la géométrie de position conduisit aux coordonnées projectives, tandis que l'aspiration de s'émanciper de la considération continuelle des axes coordonnées mena aux différents systèmes de calcul géométrique. Toutefois les vénérables coordonnées cartésiennes, glorieuses à cause d'éclatantes victoires, montrent encore une souplesse et une vigueur admirables ; de la sorte qu'on est tenté d'appliquer dans ce cas cette profonde observation de Descartes : « les grands chemins, qui tournoient les montagnes, deviennent peu à peu si unis et commodes, à force d'être fréquentés, qu'il est beaucoup meilleur de les suivre, que d'entreprendre d'aller plus droit en grim pant au-dessus des rochers et descendant jusqu'au but des précipices ».

A. BUQUET

Licencié ès-sciences Mathématiques.

NOTE D'ARITHMOGÉOMÉTRIE SUR LES POLYGONES INSCRIPTIBLES

Le problème de la détermination d'ensembles de points dont les distances mutuelles soient mesurables en des nombres entiers ou rationnels se révèle comme assez ardu, en raison de la complication des équations indéterminées de condition.

Le cas le plus simple est celui de points d'abscisses rationnelles répartis sur un axe rectiligne.

Étudions maintenant le cas un peu plus compliqué d'un système de points $A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$ d'une droite (D) et d'un point extérieur M.

Si H est la projection de M sur (D) *il est nécessaire que les distances du point H aux points A_n soient rationnelles.* En effet, les segments : $\overline{A_p H}$ et $\overline{H A_q}$, dont la somme : $\overline{A_p H} + \overline{H A_q} = \overline{A_p A_q}$ et la différence

$$\overline{A_p H} - \overline{H A_q} = \frac{\overline{A_p H}^2 - \overline{H A_q}^2}{\overline{A_p H} + \overline{H A_q}} = \frac{\overline{M A_p}^2 - \overline{M A_q}^2}{\overline{A_p A_q}}$$

sont rationnelles doivent être rationnels. Cette condition étant remplie, il faut satisfaire rationnellement aux relations :

$$\overline{M H}^2 = \overline{M A_1}^2 - \overline{H A_1}^2 = \overline{M A_2}^2 - \overline{H A_2}^2 = \dots = \overline{M A_n}^2 - \overline{H A_n}^2 = \dots$$

On y satisfait, de la manière la plus générale, par :

$$\overline{MH}^2 = \rho, \quad \overline{MA_n} = \frac{1}{2} \left(\lambda_n + \frac{\rho}{\lambda_n} \right), \quad \overline{HA_n} = \frac{1}{2} \left(\lambda_n - \frac{\rho}{\lambda_n} \right),$$

$$\overline{A_p A_q} = \frac{\lambda_q - \lambda_p}{2} \left(1 + \frac{\rho}{\lambda_p \lambda_q} \right)$$

les quantités $\rho, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n, \dots$ étant des nombres rationnels arbitraires.

Considérons alors une inversion de puissance rationnelle K ayant pour pôle le point M . Les inverses des points $A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$ sont situés en $M_1, M_2, \dots, M_n, \dots$ sur le cercle (C) inverse de la droite (D) et les côtés et diagonales du polygone inscriptible $M, M_1, M_2, \dots, M_n, \dots$ sont tous rationnels. Un calcul facile, utilisant la similitude des triangles $MM_p M_q$ et $MA_q A_p$, montre en effet que l'on a :

$$MN_p = \frac{2N\lambda_p}{\lambda_p^2 + \rho}, \quad M_p M_q = \frac{2N(\lambda_q + \lambda_p)(\rho + \lambda_p \lambda_q)}{(\rho + \lambda_p^2)(\rho + \lambda_q^2)}$$

Si de plus on suppose la distance MH rationnelle, c'est-à-dire ρ carré parfait, le rayon du cercle circonscrit est également rationnel, il s'ensuit que tout triangle $M_r M_q M_r$ ou $MM_p M_q$ a en plus de ses côtés, sa surface, ses hauteurs, les rayons des cercles tangents à ses côtés, et les distances des sommets à son orthocentre rationnels.

Giacomo CANDIDO

Proviseur du Lycée de Galatina (Italie).

CONTRIBUTION A L'ETUDE D'UNE NOTE DE L'APERÇU HISTORIQUE DE CHASLES

1. Dans l'Aperçu Historique de Chasles (2^e Éd., p. 170), on trouve une note qui se réfère au théorème attribué par l'illustre auteur à Stewart, mais déjà trouvé par le Géomètre italien Giulio Fagnani. Voici le Théorème de Fagnani (1) :

Trois points $A_1 A_2 A_3$ étant pris en ligne droite, et un autre point quelconque O en dehors ou dans la direction de la droite, on aura :

$$OA^2_1 \cdot A_2 A_3 - OA^2_2 \cdot A_1 A_3 + OA^2_3 \cdot A_1 A_2 = A_1 A_2 \cdot A_1 A_2 \cdot A_2 A_3 \dots \quad (P)$$

(1) Cf. Fagnani, Opere, vol. 2^e, p. 36.