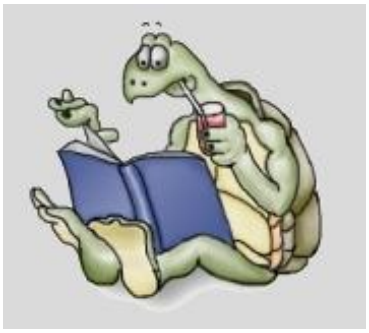
Le lièvre et la tortue



Principe du jeu

On jette un dé non pipé. Si le 6 sort, le lièvre a gagné. Sinon, le chiffre sorti s'ajoute au total des points de la tortue. Si la tortue atteint ou dépasse le total de 6 sans que le lièvre n'ait gagné, elle a gagné. Quand l'un des deux a gagné, la partie est finie et on remet les compteurs à 0.

Le but de cette étude est d'une part d'utiliser la calculatrice pour évaluer statistiquement les chances de chacun sur un nombre assez important de parties, d'autre part de calculer les probabilités de gain de chacun, et enfin de comparer les résultats des deux.

On pourra affiner l'étude par la considération, dans les cas où la tortue gagne, du nombre de jets de dé nécessaires pour obtenir ce gain.

Générateur de nombres pseudo-aléatoires

Sur une calculatrice Texas (l'équivalent existe sur les autres) la commande **rand** dans le menu MATH-PRB donne un nombre pseudo-aléatoire appartenant à l'intervalle [0 ;1[.
La commande **randInt(1,6)** dans MATH-PRB donne un nombre pseudo-aléatoire entier appartenant à l'ensemble {1, 2, 3 , 4, 5, 6}, donc permettant de simuler le jet d'un dé.
Sur les calculatrices plus anciennes, on peut utiliser la commande **int(6rand+1)**

Question 1

Utiliser la calculatrice pour simuler une succession de 200 parties (au moins) entre le lièvre et la tortue, noter le nombre de parties gagnées par chacun et dans le cas de la tortue, noter le nombre de jets nécessaires pour gagner.
Construire un tableau contenant les pourcentages correspondants.

Question 2

1) Construire l'arbre de toutes les combinaisons permettant à la tortue de gagner en 2 coups. En déduire que la probabilité de cet événement est $p_2 = \frac{5}{12}$.

2) Construire l'arbre de toutes les combinaisons permettant à la tortue de gagner en 6 coups. En déduire que la probabilité de cet événement est $p_6 = \frac{5}{46656}$.

3) Cas où la tortue gagne en 5 coups :

- **a)** une branche commence par 1-1-1-1. Combien de feuilles contient elle ?
- **b)** Les autres branches contiennent un 2 à la place d'un 1.
  Combien y a-t-il de telles branches ?
  Combien de feuilles contiennent elles chacune ?
- **c)** En déduire que la probabilité de cet événement est $p_5 = \frac{1}{324}$.

4) Dans les deux cas restants, l'arbre complet est trop gros.
Dessinez en seulement une ébauche, avec des pointillés, mais avec assez de précision pour être capable de dire combien il y a de feuilles au bout des pointillés.

Déduisez en que $p_3 = \frac{5}{27}$ et que $p_4 = \frac{5}{144}$.

5) En déduire que la probabilité que la tortue gagne une partie est $p = \frac{29849}{46656}$.

Quelle est celle du lièvre ?

Question 3

Comparer les résultats des questions 1 et 2.
Que pouvez vous en déduire ?