

Pas de titre

Alain Soyeur¹, Emmanuel Vieillard-Baron², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

²Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

³, ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Soient $a \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}^*$. Déterminer le reste de la division euclidienne dans $\mathbb{R}[X]$ de $(X \sin a + \cos a)^n$ par $X^2 + 1$.

Solution : Par division euclidienne, on a :

$$(X \sin a + \cos a)^n = Q(X^2 + 1) + \alpha X + \beta$$

avec $Q \in \mathbb{R}[X]$ et $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. On remplace X par les racines i et $-i$ de $X^2 + 1$, on obtient :

$$\begin{cases} e^{ia} &= \alpha i + \beta \\ e^{-ia} &= \alpha i + \beta \end{cases}$$

Il vient $\alpha = \sin a$ et $\beta = \cos a$. Donc le reste recherché est : $X \sin a + \cos a$.

Références