

# Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron<sup>1</sup>, Alain Soyeur<sup>2</sup>, and François Capaces<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

<sup>2</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

<sup>3</sup>, ,

28 décembre 2021

## Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Soient deux entiers  $(n, p) \in (\mathbb{N}^*)^2$  et un polynôme  $A \in \mathbb{K}[X]$ . Montrer que

$$A^2 + A \mid A^{2n} + (A + 1)^p - 1.$$

**Solution :** Soit  $T = X^{2n} + (X + 1)^p - 1$ . Les réels 0 et  $-1$  sont racines de  $T$ , donc  $X(X + 1) \mid T$ . Autrement dit  $T = X(X + 1)Q$  pour un certain polynôme  $Q$ . Donc  $T \circ A = A^{2n} + (A + 1)^p - 1 = A(A + 1)Q \circ A$ . Donc  $A(A + 1) \mid P$ .

## Références