

# Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron<sup>1</sup>, Alain Soyeur<sup>2</sup>, and François Capaces<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Paris

<sup>2</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

<sup>3</sup>, ,

7 avril 2023

## Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Trouver tous les polynômes de  $\mathbb{R}_3[X]$  divisibles par  $X - 1$  ayant même reste dans les divisions euclidiennes par  $(X - 2), (X - 3), (X - 4)$ .

**Solution :** Soit  $P \in \mathbb{R}_3[X]$  un polynôme vérifiant ces propriétés. On pose  $\mu = P(2)$ . Le polynôme  $P(X) - P(2)$  est par hypothèse divisible par  $X - 2, X - 3$  et  $X - 4$ . Il est donc divisible par leur produit. Comme  $\deg P \leq 3$ , on peut écrire  $P(X) - \mu = \lambda(X - 2)(X - 3)(X - 4)$ . La condition  $P(1) = 0$  se traduit par  $-6\lambda + \mu = 0$ . Donc  $P(X) = \lambda(X^3 - 9X^2 + 26X - 18)$ . Par division euclidienne :

$$P = \lambda(X - 1)(X^2 - 8X + 18).$$

Réciproquement, de tels polynômes conviennent.

## Références