Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron[1], Alain Soyeur[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[3], ,

29 janvier 2022

Exercice 0.1 ★ ***Pas de titre***

Trouver tous les polynômes de $\mathbb{R}_3[X]$ divisibles par $X-1$ ayant même reste dans les divisions euclidiennes par $(X-2),(X-3),(X-4)$.

Solution : *Soit $P \in \mathbb{R}_3[X]$ un polynôme vérifiant ces propriétés. On pose $\mu = P(2)$. Le polynôme $P(X)-P(2)$ est par hypothèse divisible par $X-2$, $X-3$ et $X-4$. Il est donc divisible par leur produit. Comme $\deg P \leqslant 3$, on peut écrire $P(X)-\mu = \lambda(X-2)(X-3)(X-4)$. La condition $P(1)=0$ se traduit par $-6\lambda+\mu=0$. Donc $P(X) = \lambda(X^3-9X^2+26X-18)$. Par division euclidienne :*

$$\boxed{P = \lambda(X-1)(X^2-8X+18)}.$$

Réciproquement, de tels polynômes conviennent.

Références