

Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron¹, Alain Soyeur², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

³, ,

30 juin 2022

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Prouver que le polynôme A divise le polynôme B et déterminer le quotient correspondant :

1. $A = X - 1$ et $B = X^3 + X^2 - X - 1$
2. $A = X + 2$ et $B = 2X^3 + 5X^2 + X - 2$
3. $A = X - i$ et $B = X^3 - 2iX^2 - i$
4. $A = X + 1$ et $B = X^3 + X^2 - X - 1$

Solution :

1. On utilise le schéma de Horner :

$$\begin{array}{cccc}
 1 & & 1 & & -1 & & -1 \\
 \times 1 \downarrow & + & \times 1 \downarrow & + & \times 1 \downarrow & + & \times 1 \downarrow \\
 1 & & 2 & & 1 & & 0
 \end{array}$$

On trouve ainsi $B(1) = 0$ et $X^3 + X^2 - X - 1 = (X - 1)(X^2 + 2X + 1)$

2. Idem.

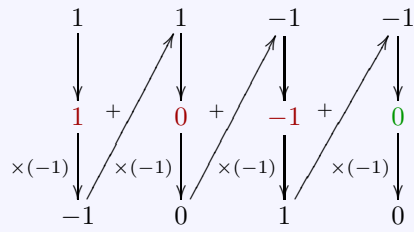
$$\begin{array}{cccc}
 2 & & 5 & & 1 & & -2 \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 2 & + & 1 & + & -1 & + & 0 \\
 \times(-2) \downarrow & & \times(-2) \downarrow & & \times(-2) \downarrow & & \times(-2) \downarrow \\
 -4 & & -2 & & 2 & & 0
 \end{array}$$

Le zéro à droite de la deuxième ligne montre que A divise B . Les coefficients du quotient s'affichent sur le reste de la deuxième ligne. Le quotient est $2X^2 + X - 1$.

3. Idem.

$$\begin{array}{cccc}
 1 & & -2i & & 0 & & -i \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 1 & + & -i & + & 1 & + & 0 \\
 \times i \downarrow & & \times i \downarrow & & \times i \downarrow & & \times i \downarrow \\
 i & & 1 & & i & & 0
 \end{array}$$

Le quotient est $X^2 - iX + 1$.



4. *Idem.* Le quotient est $X^2 - 1$.

Références