

Pas de titre

Alain Soyeur¹, Emmanuel Vieillard-Baron², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

²Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

³, ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Soit P le polynôme $P(X) = (1 + X)(1 + qX)(1 + q^2X) \dots (1 + q^{n-1}X)$, ($q \neq 1$). Établir une relation entre $P(qX)$ et $P(X)$. En déduire la valeur des coefficients de P .

Solution : On a $(1 + X)P(qX) = (1 + q^n X)P(X)$. En posant $P(X) = \sum_{k=0}^n a_k X^k$, on en déduit que pour $k \geq 1$, $a_k (1 - q^k) = a_{k-1} (q^{k-1} - q^n)$. Comme $a_0 = 1$, il vient alors $a_k = \frac{1 - q^n}{1 - q} \times \frac{q - q^n}{1 - q^n} \times \dots \times \frac{q^{k-1} - q^n}{1 - q^k}$.

Références