

Pas de titre

Alain Soyeur¹, François Capaces², and Emmanuel Vieillard-Baron³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

², ,

³Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

9 août 2023

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

1. Pour tout $x \geq 0$, déterminer un encadrement de $\operatorname{sh}(x+1) - \operatorname{sh} x$.
2. En déduire que : $\forall n \in \mathbb{N}, \operatorname{ch} 0 + \operatorname{ch} 1 + \cdots + \operatorname{ch} n \leq \operatorname{sh}(n+1)$.
3. On considère la suite (u_n) de terme général :

$$u_n = \operatorname{sh}(n+1) - (\operatorname{ch} 0 + \operatorname{ch} 1 + \cdots + \operatorname{ch} n).$$

Montrer que (u_n) est croissante.

4. On considère aussi la fonction $f : x \mapsto \operatorname{sh}(x+2) - \operatorname{sh}(x+1) - \operatorname{ch}(x+1)$.
 - (a) Prouver que $f(x)$ et $f'(x)$ sont positives pour tout $x \geq 0$.
 - (b) Montrer que : $\forall x \geq 0, f(x) \geq f(0)$.
5. En déduire que (u_n) diverge vers $+\infty$ quand n tend vers $+\infty$.

Références