Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron[1], Alain Soyeur[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[3], ,

2 juillet 2022

Exercice 0.1 ★★ ***Pas de titre***

Soit une fonction $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ *dérivable. Montrer que si* $f'(x) \xrightarrow[x\to+\infty]{} +\infty$ *alors* $f(x) \xrightarrow[x\to+\infty]{} +\infty$*. La réciproque est-elle vraie ?*

Solution : *Puisque* $f'(x) \xrightarrow[x\to+\infty]{} +\infty$*, il existe* $A > 0$ *tel que* $\forall x \geqslant A,\ f'(x) \geqslant 1$*. Soit alors* $x \geqslant A$*. D'après le théorème des accroissements finis, il existe* $c \in]A, x[$ *tel que* $f(x) - f(A) = f'(c)(x - A)$*. Par conséquent,* $f(x) \geqslant f(A) + x - A$ *et d'après le théorème des gendarmes,* $f(x) \xrightarrow[x\to+\infty]{} +\infty$*.*

La réciproque est bien entendu fausse, comme on le voit sur la fonction définie par $f(x) = x$*.*

Références