

Pas de titre

Alain Soyeur¹, Emmanuel Vieillard-Baron², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

²Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

³, ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Soient a, b des réels positifs tels que $a < b$.

1. Montrer que

$$\frac{b-a}{1+b^2} < \arctan b - \arctan a < \frac{b-a}{1+a^2}$$

2. En déduire $\frac{\pi}{4} + \frac{3}{25} < \arctan \frac{4}{3} < \frac{\pi}{4} + \frac{1}{6}$.

Solution :

1. Le résultat de la première question découle directement de l'inégalité des accroissements

$$\text{finis appliquée } f : \begin{cases} [a, b] & \longrightarrow \mathbb{R} \\ x & \longmapsto \arctan x \end{cases} .$$

2. On applique l'inégalité précédente à $a = 1$ et $b = \frac{4}{3}$ et le résultat s'ensuit directement.

Références