Pas de titre

Alain Soyeur[1], Emmanuel Vieillard-Baron[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[3], ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★ ***Pas de titre***

1. *Montrer que pour tout* $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$, $0 \leqslant \sin x \leqslant x$.
2. *En déduire que pour tout* $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$, $-x^2 \leqslant \cos x - 1 \leqslant 0$.

Solution : *Si* $x = 0$ *les inégalités sont trivialement vraies. Supposons que* $x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right]$.

1. *On applique l'inégalité des accroissements finis à* sin *sur le segment* $[0, x]$ *et on obtient le résultat.*
2. *On applique à nouveau l'inégalité des accroissements finis sur le segment* $[0, x]$ *mais cette fois ci à la fonction cosinus. On obtient :* $x.\inf_{t \in [0,x]} (-\sin t) \leqslant \cos x - 1 \leqslant x.\sup_{t \in [0,x]} (-\sin t)$ *ou encore , d'après la question précédente :* $-x^2 \leqslant \cos x - 1 \leqslant 0$.

Références