

Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron¹, Alain Soyeur², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

³, ,

28 décembre 2021

Exercice 0.1 ★★★ Pas de titre

Soit $f \in \mathcal{C}^5([a, b])$. Montrer qu'il existe $c \in]a, b[$ tel que

$$f(b) = f(a) + \frac{b-a}{2}(f'(a) + f'(b)) - \frac{(b-a)^2}{12}(f''(b) - f''(a)) + \frac{(b-a)^5}{720}f^{(5)}(c)$$

Solution : On utilise la fonction auxiliaire

$$\varphi(x) = f(x) - f(a) - \frac{x-a}{2}(f'(x) + f'(a)) + \frac{(x-a)^2}{12}(f''(x) - f''(a)) - \frac{(x-a)^5}{720}K$$

où K est une constante choisie en sorte que $\varphi(b) = 0$ et l'application successive du théorème de Rolle permet de conclure comme dans l'exercice précédent.

Références