# Pas de titre

Alain Soyeur[1], François Capaces[2], and Emmanuel Vieillard-Baron[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[2], ,
[3]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Paris

7 avril 2023

***Exercice 0.1*** ★★ ***Pas de titre***

*Soit $f$ de classe $\mathcal{C}^2$ sur $[a,b]$. On suppose que $f(a) = f'(a) = f(b) = f'(b) = 0$.*
*Montrer qu'il existe $c \in ]a,b[$ tel que $f''(c) = f(c)$.*

***Solution :*** *Considérons la fonction $g$ donnée pour tout $x \in [a,b]$ par $g(x) = e^x[f'(x) - f(x)]$. Par opération sur les fonctions dérivables, $g$ est dérivable sur $[a,b]$ et pour tout $x \in [a,b]$ on a $g'(x) = e^x[f''(x) - f(x)]$. On vérifie que $g\left(a\right) = g\left(b\right) = 0$ Par application du théorème de Rolle, il existe $c \in [a,b]$ tel que $g'\left(c\right) = 0$. Comme la fonction exponentielle ne s'annule jamais, il s'ensuit que $f''\left(c\right) - f\left(c\right) = 0$.*

## Références