Pas de titre

Alain Soyeur[1], Emmanuel Vieillard-Baron[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[3], ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★ ***Pas de titre***

Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dérivable et telle que f' ne s'annule pas. Prouver que f ne peut être périodique.

Solution : *Raisonnons par l'absurde. Supposons que f est périodique et notons $T > 0$ sa période. Soit $a \in \mathbb{R}$ et $b = a + T$. La fonction f est continue et dérivable sur $[a, b]$. De plus $f(b) = f(a + T) = f(a)$. On peut alors appliquer le théorème de Rolle à f sur le segment $[a, b]$. On en déduit que f' s'annule en un point de $[a, b]$ ce qui est en contradiction avec l'énoncé.*

Références