

# Pas de titre

Alain Soyeur<sup>1</sup>, François Capaces<sup>2</sup>, and Emmanuel Vieillard-Baron<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

<sup>2</sup>, ,

<sup>3</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

24 juin 2023

## Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Soit  $f : [0, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction de classe  $C^1$  telle que  $f(0) = -1$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ .

Montrer que si  $f$  s'annule au moins deux fois alors il en est de même de  $f'$ .

**Solution :** Si  $f'$  ne s'annule pas alors  $f$  est strictement croissante et donc injective. Elle ne peut s'annuler alors au plus qu'une fois. Si  $f'$  ne s'annule qu'une fois, en un réel noté  $\alpha$ , alors on en déduit que le tableau de variation de  $f$  est un des deux suivants :

$x$	0	$\alpha$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	+
$f$	-1	$f(\alpha)$	$+\infty$

$x$	0	$\alpha$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f$	-1	$f(\alpha)$	$+\infty$

Dans les deux cas, on remarque que  $f$  ne peut s'annuler qu'une fois. Par conséquent  $f'$  s'annule au moins deux fois.

## Références