

Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron¹ and Alain Soyeur²

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Paris

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

6 avril 2023

Exercice 0.1 ★★ **Pas de titre**

Soit $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$. Calculer le produit des éléments de \mathbb{U}_n .

Solution :

$$\prod_{\xi \in \mathbb{U}_n} \xi = \prod_{k=0}^{n-1} e^{\frac{2ik\pi}{n}} = \prod_{k=0}^{n-1} \left(e^{\frac{2i\pi}{n}} \right)^k = \left(e^{\frac{2i\pi}{n}} \right)^{1+2+\dots+n-1} = \left(e^{\frac{2i\pi}{n}} \right)^{\frac{n(n-1)}{2}} = e^{\frac{2i\pi n(n-1)}{2n}} = e^{i(n-1)\pi} = (-1)^{n-1}$$

Références