

Pas de titre

Alain Soyeur¹, Emmanuel Vieillard-Baron², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

²Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

³, ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★★ Pas de titre

Soit $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ une fonction dérivable telle que $f(0) = 0$. Déterminer la limite suivante :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)f(-x)}{x^2}$$

Solution : Écrivons le développement limité à l'ordre 1 de f en 0 :

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x) = xf'(0) + x\varepsilon(x) \text{ avec } \varepsilon(x) \xrightarrow{x \rightarrow 0} 0$$

Alors, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$\frac{f(x)f(-x)}{x^2} = (f'(0) + \varepsilon(x))(-f'(0) - \varepsilon(-x)) \xrightarrow{x \rightarrow 0} -(f'(0))^2$$

Références