Pas de titre

Alain Soyeur[1], François Capaces[2], and Emmanuel Vieillard-Baron[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[2], ,
[3]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

19 avril 2024

Exercice 0.1 ★ ***Pas de titre***

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer :

1. *son domaine de définition.*
2. *son domaine de dérivabilité.*
3. *sa dérivée.*

1. $f : x \mapsto \ln(\ln(\ln(\ln x)))$
2. $f : x \mapsto \operatorname{argch}(2 + \cos x)$
3. $f : x \mapsto (\operatorname{ch} x)^{2x}$
4. $f : x \mapsto \ln(\arccos x)$
5. $f : x \mapsto \dfrac{1}{\arcsin \operatorname{sh} x}$
6. $f : x \mapsto \sqrt{1 + \operatorname{th} x}$

Solution :

1. *f est définie et dérivable sur $]e^e, +\infty[$ comme composée de fonctions dérivables. Si $x \in]e^e, +\infty[$:* $\boxed{f'(x) = \dfrac{1}{x \ln(x) \ln(\ln(x)) \ln(\ln(\ln(x)))}}$
2. *f est définie sur $\mathbb{R}$ et dérivable sur $\mathbb{R} \setminus (\pi + 2\pi\mathbb{Z})$ comme composée de fonctions dérivables. Si $x \not\equiv \pi$ alors :* $\boxed{f'(x) = -\dfrac{\sin x}{\sqrt{1+\cos x}\sqrt{3+\cos x}}}$
3. *f est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ comme composée de fonctions dérivables. De plus,* $\boxed{f'(x) = 2\,\operatorname{ch}^{2x-1}(\ln(\operatorname{ch} x)\operatorname{ch} x + x \operatorname{sh} x)}$.
4. *f est définie sur $[-1, 1[$ et dérivable sur $]-1, 1[$ comme composée de fonctions dérivables. Si $x \in]-1, 1[$,* $\boxed{f'(x) = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2} \arccos x}}$.
5. *f est définie sur $\left[-\ln\left(1+\sqrt{2}\right), 0\right[\cup \left]0, \ln\left(1+\sqrt{2}\right)\right]$ et dérivable sur $I = \left]-\ln\left(1+\sqrt{2}\right), 0\right[\cup \left]0, \ln\left(1+\sqrt{2}\right)\right[$ comme composée de fonctions dérivables. De plus, si $x \in I$* $\boxed{f'(x) = -\dfrac{\operatorname{ch} x}{\sqrt{1-\operatorname{sh}^2 x}\,(\arcsin \operatorname{sh} x)^2}}$.

6. f *est définie et dérivable sur* $\mathbb{R}$ *et si* $x \in \mathbb{R}$ *:* $\boxed{f'(x) = \dfrac{1 - \operatorname{th}^2 x}{2\sqrt{1 + \operatorname{th} x}}}$

Références