

Pas de titre

Alain Soyeur¹, François Capaces², and Emmanuel Vieillard-Baron³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

²,
³Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Paris

8 février 2023

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer :

1. son domaine de définition.
2. son domaine de dérivabilité.
3. sa dérivée.

1. $f : x \mapsto \cos^7 x$

2. $f : x \mapsto x^x$

3. $f : x \mapsto \sqrt{(x^4 + 1)^3}$

4. $f : x \mapsto x \ln |x + 1|$

5. $f : x \mapsto x^4 e^{\frac{1}{x}}$

6. $f : x \mapsto \operatorname{argth}(\sin x)$

Solution :

1. f est définie et dérivable sur \mathbb{R} comme composée de fonctions dérivables. Si $x \in \mathbb{R}$,

$$f'(x) = -7 \sin x \cos^6 x.$$

2. f est définie et dérivable sur \mathbb{R}_+^* car $x^x = e^{x \ln x}$. De plus, pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$:

$$f'(x) = (1 + \ln x) x^x.$$

3. f est définie et dérivable sur \mathbb{R} comme composée de fonctions dérivables. Pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$f'(x) = 6x^3 \sqrt{x^4 + 1}.$$

4. f est définie et dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ comme composée de fonctions dérivables. Si $x \in$

$$\mathbb{R} \setminus \{-1\}, f'(x) = \ln |x + 1| + \frac{x}{x + 1}.$$

5. f est définie et dérivable sur \mathbb{R}^* comme composée de fonctions dérivables. Si $x \in \mathbb{R}^*$,

$$f'(x) = x^2 e^{x^{-1}} (4x - 1).$$

6. f est définie et dérivable sur $I = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ comme composée de fonctions

dérivables. Si $x \in I$,

$$f'(x) = \frac{\cos x}{1 - \sin^2 x} = \frac{1}{\cos x}.$$

Références