Pas de titre

Alain Soyeur[1], François Capaces[2], and Emmanuel Vieillard-Baron[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[2], ,
[3]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

24 juin 2023

Exercice 0.1 ★ ***Pas de titre***

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer :

1. *son domaine de définition.*
2. *son domaine de dérivabilité.*
3. *sa dérivée.*

1. $f : x \mapsto \sqrt[5]{x^3}$
2. $f : x \mapsto \dfrac{\arctan x}{x^2+1}$
3. $f : x \mapsto \ln(\ln x)$
4. $f : x \mapsto e^{\cos x}$
5. $f : x \mapsto \ln|x|$
6. $f : x \mapsto 5^x$

Solution :

1. *f est définie sur $\mathbb{R}$ et dérivable sur $\mathbb{R}^*$ comme composée de fonctions dérivables. De plus, pour tout $x \in \mathbb{R}^*$:* $\boxed{f'(x) = \dfrac{3}{5}x^{-\frac{2}{5}}}$.
2. *f est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ comme quotient de fonctions dérivables dont le dénominateur ne s'annule pas sur $\mathbb{R}$. De plus, si $x \in \mathbb{R}$,* $\boxed{f'(x) = \dfrac{1-2x\arctan x}{(1+x^2)^2}}$.
3. *f est définie et dérivable sur $]1,+\infty[$ comme composée de fonctions dérivables. Si $x \in]1,+\infty[$,* $\boxed{f'(x) = \dfrac{1}{x\ln x}}$.
4. *f est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ comme composée de fonctions dérivables. Si $x \in \mathbb{R}$,* $\boxed{f'(x) = -\sin x e^{\cos x}}$.
5. *f est définie et dérivable sur $\mathbb{R}^*$ comme composée de fonctions dérivables. De plus, si $x \in \mathbb{R}^*$,*

$$f'(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x} & \text{si } x < 0 \\ \frac{1}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases} = \boxed{\frac{1}{x}}.$$

6. Comme $5^x = e^{x \ln 5}$, f *est définie et dérivable sur* $\mathbb{R}$. *Si* $x \in \mathbb{R}$, $\boxed{f'(x) = \ln 5.5^x}$.

Références