

# Pas de titre

Alain Soyeur<sup>1</sup>, François Capaces<sup>2</sup>, and Emmanuel Vieillard-Baron<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

<sup>2</sup>, ,

<sup>3</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

23 mars 2024

## Exercice 0.1 ★★ Pas de titre

On considère la fonction définie par

$$f(x) = \arctan(x^2) \ln(2\sqrt{x} + 1)$$

Trouver un développement asymptotique de  $f$  au voisinage de  $+\infty$  à la précision  $1/\sqrt{x}$ . En déduire une courbe asymptote simple et la position de la courbe par rapport à son asymptote.

**Solution :** Posons  $X = 1/x$  et utilisons les développements limités usuels en  $0^+$  ainsi que la formule ?? page ?? :

$$\begin{aligned} f(X) &= \arctan(1/X^2) \ln(2/\sqrt{X} + 1) \\ &= (\pi/2 - \arctan X^2) (\ln 2 + \ln(1 + \sqrt{X}/2) - \ln \sqrt{X}) \\ &= \left( \pi/2 - X^2 + o_{X \rightarrow 0^+}(X^2) \right) \left( \ln 2 - \frac{1}{2} \ln X + \frac{1}{2} X^{1/2} - \frac{1}{8} X + 1/24 X^{3/2} - \frac{1}{64} X^2 + o_{X \rightarrow 0^+}(X^2) \right) \\ &= -\frac{\pi}{4} \ln X + \frac{\pi \ln 2}{2} + \frac{\pi}{4} \sqrt{X} + o_{X \rightarrow 0^+}(\sqrt{X}) \end{aligned}$$

donc

$$f(x) = \frac{\pi}{4} \ln x + \frac{\pi \ln 2}{2} + \frac{\pi}{4} \frac{1}{\sqrt{x}} + o_{x \rightarrow +\infty}(1/\sqrt{x})$$

La courbe d'équation  $y = \frac{\pi}{4} \ln x + \frac{\pi \ln 2}{2}$  est donc asymptote et la courbe  $C_f$  est située localement au dessus.

## Références