

Pas de titre

Alain Soyeur¹, François Capaces², and Emmanuel Vieillard-Baron³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

²,
³Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

3 juin 2023

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

On considère la fonction définie par

$$f(x) = \frac{(x^2 + 1)e^{1/x}}{\sqrt{x^2 + 2}}$$

Étudier la branche infinie lorsque $x \rightarrow +\infty$.

Solution : On pose $X = 1/x$ et on utilise les DLs usuels en 0 :

$$\begin{aligned} f(1/X) &= \frac{1}{X} \frac{(X^2 + 1)e^X}{\sqrt{1 + 2X^2}} \\ &= \frac{X^2 + 1}{X} \left(1 + X + \frac{X^2}{2} + o_{X \rightarrow 0^+}(X^2) \right) \left(1 - X^2 + o_{X \rightarrow 0^+}(X^2) \right) \\ &= \frac{X^2 + 1}{X} \left(1 + X - 1/2X^2 + o_{X \rightarrow 0^+}(X^2) \right) \\ &= \frac{1}{X} + 1 + \frac{X}{2} + o_{X \rightarrow 0^+}(X) \end{aligned}$$

et $f(x) = x + 1 + \frac{1}{2x} + o_{x \rightarrow +\infty}(1/x)$

Références