

Pas de titre

Alain Soyeur¹, Emmanuel Vieillard-Baron², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

²Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

³, ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Étudier les branches infinies de la fonction définie par

$$f(x) = (x - 1)e^{\frac{1}{x-3}}$$

Solution : Comme $\lim_{3^+} f = +\infty$, f admet une branche infinie d'asymptote $x = 3$. En $\pm\infty$, on a : $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} +\infty$. Calculons un développement asymptotique de $f(1/x)$ au voisinage de 0 de $f(1/x)$:

$$f(1/x) = \frac{1-x}{x} e^{\frac{x}{1-3x}} = \frac{1-x}{x} e^{x+3x^2+o_{x \rightarrow 0}(x^2)} = \frac{1-x}{x} \left(1 + x + 7/2x^2 + o_{x \rightarrow 0}(x^2)\right) = 1/x + 5/2x + o_{x \rightarrow 0}(x)$$

et $f(x) = x + 5/(2x) + o_{x \rightarrow +\infty}(1/x)$ donc la droite d'équation $y = x$ est asymptote au graphe de f en $+\infty$. On fait de même en $-\infty$.

Références