

Pas de titre

Alain Soyeur¹, François Capaces², and Emmanuel Vieillard-Baron³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

²,
³,

³Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

14 mai 2023

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Étudier la position du graphe de l'application $f : x \mapsto \ln(1+x+x^2)$ par rapport à sa tangente en 0 et 1.

Solution : On écrit le DL de f à l'ordre 2 en 0 et en 1 :

$$\ln(1+x+x^2) = x + 1/2x^2 + o_{x \rightarrow 0}(x^2) \quad \text{et} \quad \ln(1+x+x^2) = \ln(3) + (x-1) - 1/6(x-1)^2 + o_{x \rightarrow 1}((x-1)^2)$$

Une équation de la tangente au graphe de f est :

— en 0 : $y = x$

— en 1 : $y = x - 1 + \ln 3$

Donc :

$$f(x) - x = 1/2x^2 + o_{x \rightarrow 0}(x^2) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} 1/2x^2$$

et le graphe de f est au dessus de sa tangente au voisinage de 0. De même :

$$f(x) - ((x-1) + \ln 3) = -1/6(x-1)^2 + o_{x \rightarrow 1}((x-1)^2) \underset{x \rightarrow 1}{\sim} -1/6(x-1)^2$$

donc le graphe de f est en dessous de sa tangente au voisinage de 1.

Références