

Pas de titre

Alain Soyeur¹, Emmanuel Vieillard-Baron², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

²Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

³, ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★★ Pas de titre

Déterminer la limite lorsque $x \rightarrow 0$ de la fonction définie par :

$$u(x) = \frac{\ln(\operatorname{ch} x) + \ln(\cos x)}{\sqrt{\operatorname{ch} x} + \sqrt{\cos x} - 2}$$

Solution : Par opérations sur les DLs, on trouve :

$$\ln(\operatorname{ch} x) = 1/2x^2 - 1/12x^4 + o_{x \rightarrow 0}(x^5), \quad \ln(\cos x) = -1/2x^2 - 1/12x^4 + o_{x \rightarrow 0}(x^5)$$

$$\sqrt{\operatorname{ch} x} = 1 + 1/4x^2 - 1/96x^4 + o_{x \rightarrow 0}(x^5), \quad \sqrt{\cos x} = 1 - 1/4x^2 - 1/96x^4 + o_{x \rightarrow 0}(x^5)$$

donc

$$u(x) = \frac{-1/6x^4 + o_{x \rightarrow 0}(x^5)}{-1/48x^4 + o_{x \rightarrow 0}(x^5)} \xrightarrow{x \rightarrow 0} \boxed{8}$$

Références