

# Pas de titre

Alain Soyeur<sup>1</sup>, Emmanuel Vieillard-Baron<sup>2</sup>, and François Capaces<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

<sup>2</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

<sup>3</sup>, ,

22 septembre 2021

## Exercice 0.1 ★★ Pas de titre

Déterminer la limite suivante :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \operatorname{ch} \frac{1}{x} \right)^{x^2}$$

**Solution :** Par le changement de variables  $h = \frac{1}{x}$ , on se ramène à la limite lorsque  $h \rightarrow 0$  de la fonction définie par

$$g(h) = (\operatorname{ch} h)^{1/h^2} = e^{1/h^2 \ln(\operatorname{ch} h)}$$

Mais

$$\ln(\operatorname{ch} h) = \ln\left(1 + \frac{h^2}{2} + o(h^2)\right) = \frac{h^2}{2} + o(h^2)$$

et donc  $\frac{1}{h^2} \ln(\operatorname{ch} h) \sim \frac{1}{2}$  et par conséquent  $g(h) \xrightarrow{h \rightarrow 0} e^{1/2}$ . La limite cherchée vaut donc  $\boxed{\sqrt{e}}$ .

## Références