

Pas de titre

Alain Soyeur¹, François Capaces², and Emmanuel Vieillard-Baron³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

², ,

³Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

19 avril 2024

Exercice 0.1 ★★ Pas de titre

Déterminer le $DL(0, 2)$ de la fonction définie par :

$$\arcsin\left(\frac{1+x}{2+x}\right)$$

Solution : La fonction $f : x \mapsto \arcsin\left(\frac{1+x}{2+x}\right)$ est $\mathcal{C}^1$ est voisinage de 0 et au voisinage de 0, on a :

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1}{(2+x)\sqrt{3+2x}} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{3}} \frac{1}{1+x/2} \frac{1}{\sqrt{1+2/3x}} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{3}} \left(1 - 1/2x + \underset{x \rightarrow 0}{o}(x)\right) \left(1 - 1/3x + \underset{x \rightarrow 0}{o}(x)\right) \\ &= \frac{1}{2\sqrt{3}} \left(1 - 5/6x + \underset{x \rightarrow 0}{o}(x)\right) \end{aligned}$$

donc par primitivation :

$$\arcsin\left(\frac{1+x}{2+x}\right) = \frac{\pi}{6} + \frac{1}{2\sqrt{3}}\left(x - \frac{5}{12}x^2 + \underset{x \rightarrow 0}{o}(x^2)\right)$$

Références