

Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron¹, Alain Soyeur², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

³, ,

28 décembre 2021

Exercice 0.1 ★★ Pas de titre

Trouver le DL(0,2) de la fonction définie par

$$\left(\frac{\sin x}{x}\right)^{3/x^2}$$

Solution : Écrivons la fonction sous forme exponentielle et utilisons les DL classiques :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^{3/x^2} &= e^{\frac{3}{x^2} \ln\left(\frac{\sin x}{x}\right)} \\ &= e^{\frac{3}{x^2} \ln\left(1 - 1/6x^2 + 1/120x^4 + o_{x \rightarrow 0}(x^4)\right)} \\ &= e^{\frac{3}{x^2} \left(-1/6x^2 - 1/180x^4 + o_{x \rightarrow 0}(x^4)\right)} \\ &= e^{-1/2 - 1/60x^2 + o_{x \rightarrow 0}(x^2)} \\ &= e^{-1/2} e^{-1/60x^2 + o_{x \rightarrow 0}(x^2)} \\ &= e^{-1/2} \left(1 - 1/60x^2 + o_{x \rightarrow 0}(x^2)\right) \\ &= \boxed{\frac{1}{\sqrt{e}} - \frac{1}{60\sqrt{e}}x^2 + o_{x \rightarrow 0}(x^2)} \end{aligned}$$

Références