

Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron¹, Alain Soyeur², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

³, ,

24 janvier 2022

Exercice 0.1 ★★ **Pas de titre**

Soit une fonction définie sur \mathbb{R} telle qu'il existe $k > 0$ tel que

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, x \neq y \Rightarrow |f(x) - f(y)| < k|x - y|$$

1. Montrez que f est uniformément continue sur \mathbb{R} ;
2. On définit la fonction φ sur \mathbb{R} par $\varphi(x) = f(x) - kx$. Montrez que la fonction φ est strictement décroissante sur \mathbb{R} ;
3. On suppose qu'il existe deux réels $a < b$ tels que

$$\forall x \in [a, b], ka < f(x) < kb$$

Montrez qu'il existe un unique réel α dans $[a, b]$ vérifiant

$$f(\alpha) = k\alpha$$

Références