

Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron¹, Alain Soyeur², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

³, ,

27 janvier 2022

Exercice 0.1 ★★ Pas de titre

On considère une réunion de deux segments $K = [a, b] \cup [c, d]$ avec $a < b < c < d$. Soit $f : K \rightarrow K$ une fonction continue sur l'ensemble K . On suppose que $\forall (x, y) \in K^2$,

$$x \neq y \Rightarrow |f(x) - f(y)| < |x - y|$$

On considère la fonction φ définie sur K par $\varphi(x) = |f(x) - x|$. Montrez que la fonction φ possède un minimum sur K . Montrez par l'absurde que ce minimum est nul. En déduire que la fonction f admet un unique point fixe $x_0 \in K$.

Références