Pas de titre

Alain Soyeur¹, François Capaces², and Emmanuel Vieillard-Baron³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

²,

³Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Paris

7 avril 2023

Exercice 0.1 ★ **Pas de titre**

Soient $f, g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ continues telles que $\forall x \in [a, b], f(x) < g(x)$. Montrer qu'il existe $\alpha > 0$ tel que

$$\forall x \in [a, b], f(x) \leq g(x) - \alpha.$$

Solution : Considérons la fonction définie sur $[a, b]$ par $\theta = g - f$. La fonction θ est continue et strictement positive sur $[a, b]$. Elle possède donc un minimum strictement positif atteint en un certain point $c \in [a, b]$. Posons : $\alpha = \theta(c) = g(c) - f(c) > 0$. Il est clair que : $\forall x \in [a, b], f(x) \leq g(x) - \alpha$.

Références