

Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron¹, Alain Soyeur², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

³, ,

22 janvier 2022

Exercice 0.1 ★★ Pas de titre

On considère un méridien terrestre et l'on suppose que la température au sol varie continuellement sur ce méridien. Montrez l'existence de deux points antipodaux sur ce méridien où la température est la même.

Solution : À chaque point du méridien, on associe l'angle θ entre le pôle nord et ce point. Considérons la fonction $f : [0, 2\pi] \mapsto \mathbb{R}$ où $f(\theta)$ représente la température au point d'angle θ . Par hypothèse, cette fonction est continue et $f(0) = f(2\pi) = T$ où T est la température au pôle nord. Considérons la fonction définie sur $[0, \pi]$ par $g(\theta) = f(\theta + \pi) - f(\theta)$. Comme g est continue et que $g(0) = f(\pi) - f(0) = f(\pi) - f(2\pi) = -g(\pi)$, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, il existe $\alpha \in]0, \pi[$ tel que $g(\alpha) = 0$, c'est-à-dire $f(\alpha + \pi) = f(\alpha)$.

Références