

Pas de titre

Alain Soyeur¹, François Capaces², and Emmanuel Vieillard-Baron³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

², ,

³Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

20 avril 2024

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Montrer que les seules applications continues de \mathbb{R} dans \mathbb{Z} sont les applications constantes.

Solution : Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Z}$, Supposons que f n'est pas constante. Il existe alors des réels $a < b$ tels que $f(a) \neq f(b)$. Soit y un nombre non entier strictement compris entre $f(a)$ et $f(b)$. D'après le théorème des valeurs intermédiaires, il existe $x \in]a, b[$ tel que $f(x) = y$ et donc f n'est pas à valeurs dans \mathbb{Z} . f est donc forcément constante.

Références