

Un théorème classique de point fixe

Alain Soyeur¹, Emmanuel Vieillard-Baron², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

²Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

³, ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★ Un théorème classique de point fixe

Soit $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ continue. Prouver que f possède au moins un point fixe.

Solution : Introduisons la fonction g donnée par $\forall x \in [0, 1], g(x) = f(x) - x$. La fonction g est continue sur $[0, 1]$, $g(0) = f(0) \geq 0$ et $g(1) = f(1) - 1 \leq 0$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, g s'annule sur $[0, 1]$.

Références