

Pas de titre

Alain Soyeur¹, François Capaces², and Emmanuel Vieillard-Baron³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

², ,

³Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

24 juin 2023

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Soit f une fonction polynomiale de degré impair. Montrer que f possède au moins une racine réelle.

Solution : Supposons que le coefficient du terme dominant de P soit positif. Comme P est de degré impair, on en déduit que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ et que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. Comme f est polynomiale, elle est continue et donc, par application du théorème des valeurs intermédiaires $f(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$. Il existe donc $c \in \mathbb{R}$ tel que $f(c) = 0$. On raisonne de même si le coefficient du terme dominant de P est négatif.

Références