Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron[1], Alain Soyeur[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[3], ,

20 avril 2024

Exercice 0.1 ★★★ ***Pas de titre***

Soit $f : [0,1] \mapsto \mathbb{R}$ *une fonction bornée et continue sur* $[0,1]$. *On considère la fonction*

$$\varphi : \left\{ \begin{array}{ccc} [0,1] & \longrightarrow & \mathbb{R}x \\ \longmapsto & \sup_{t\in[0,x]} f(t) & \end{array} \right.$$

1. *Montrer que* φ *est croissante.*
2. *Soit* $x_0 \in [0,1]$. *Montrer que* φ *est continue en* x_0.

Pour la deuxième question, considérer $\varepsilon > 0$ *et utiliser la continuité de* f *en* x_0. *Il existe* $\alpha > 0$ *tel que si* $|t - x_0| \leqslant \alpha$ *alors* $|f(t) - f(x_0)| \leqslant \varepsilon$. *Supposer que* $x_0 \leqslant x \leqslant x + \alpha$ *et montrer que* $\sup_{t\in[0,x]} f(t) \leqslant \sup_{t\in[0,x_0]} f(t) + \varepsilon$.

Références