

# Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron<sup>1</sup>, Alain Soyeur<sup>2</sup>, and François Capaces<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

<sup>2</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

<sup>3</sup>, ,

30 juin 2022

## Exercice 0.1 ★★★ Pas de titre

Soit  $f : [0, 1] \mapsto \mathbb{R}$  une fonction bornée et continue sur  $[0, 1]$ . On considère la fonction

$$\varphi : \begin{cases} [0, 1] & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ t & \longmapsto & \sup_{t \in [0, x]} f(t) \end{cases}$$

1. Montrer que  $\varphi$  est croissante.
2. Soit  $x_0 \in [0, 1]$ . Montrer que  $\varphi$  est continue en  $x_0$ .

Pour la deuxième question, considérer  $\varepsilon > 0$  et utiliser la continuité de  $f$  en  $x_0$ . Il existe  $\alpha > 0$  tel que si  $|t - x_0| \leq \alpha$  alors  $|f(t) - f(x_0)| \leq \varepsilon$ . Supposer que  $x_0 \leq x \leq x_0 + \alpha$  et montrer que  $\sup_{t \in [0, x]} f(t) \leq \sup_{t \in [0, x_0]} f(t) + \varepsilon$ .

## Références