Pas de titre

Alain Soyeur[1], Emmanuel Vieillard-Baron[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[3], ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★ ***Pas de titre***

Étudier la continuité sur $\mathbb{R}$ des applications :

$$f : x \mapsto E(x) + \sqrt{x - E(x)} \qquad g : x \mapsto E(x) - (x - E(x))^2$$

Aide : *on distinguera les cas : $a \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$ et $a \in \mathbb{Z}$.*

Solution :

1. (a) *Si $a \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$ alors il existe $k \in \mathbb{Z}$ tel que $a \in]k, k+1[$. Par suite, pour x pris dans un voisinage suffisamment petit du point a, on a : $f(x) = k + \sqrt{x-k}$ qui est continue en a.*

   (b) *Si $a = k \in \mathbb{Z}$ alors*

   i. *à gauche de a : $f(x) = k - 1 + \sqrt{x-k+1} \xrightarrow[x \to a^-]{} k = x = f(x)$ donc f est continue à gauche de a.*

   ii. *à droite de a : $f(x) = k + \sqrt{x-k} \xrightarrow[x \to a^+]{} k = x = f(x)$ donc f est continue à droite de a.*

   En conclusion f est continue sur R.

2. (a) *Si $a \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$ alors il existe $k \in \mathbb{Z}$ tel que $a \in]k, k+1[$. Pour x pris dans un voisinage suffisamment petit du point a, $f(x) = k + (x-k)^2$ qui est continue en a.*

   (b) *Si $a = k \in \mathbb{Z}$ alors*

   i. *à gauche de a : $f(x) = k - 1 + (x-k+1)^2 \xrightarrow[x \to a^-]{} k = a = f(a)$ donc f est continue à gauche de a.*

   ii. *à droite de a : $f(x) = k + (x-k)^2 \xrightarrow[x \to a^+]{} k = a = f(a)$ donc f est continue à droite de a.*

En conclusion f est continue sur R.

Références