Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron[1], Alain Soyeur[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[3], ,

21 janvier 2022

Exercice 0.1 ★ ***Pas de titre***

Pour chacune des fonctions suivantes :

1. *Déterminer où elle est définie.*
2. *Déterminer là où elle est continue.*
3. *La prolonger par continuité, quand c'est possible, là où elle n'est pas définie.*

1. $f(x) = \dfrac{\operatorname{argsh} x}{x - x^2}$
2. $f(x) = \dfrac{\arcsin x}{\operatorname{argsh} x}$
3. $f(x) = \operatorname{argth} x - \dfrac{1}{x-2}$
4. $f(x) = \dfrac{\sqrt{\arctan(x^2-1)}}{\operatorname{sh}(x-1)}$

Solution :

1. *f est définie sur $I = \mathbb{R} \setminus \{0,1\}$. f est continue sur I comme quotient de fonctions continues sur I. On a : $f(x) \underset{x\to 0}{\sim} \dfrac{x}{x} = 1 \xrightarrow[x\to 0]{} 1$ donc f est prolongeable par continuité en 0 si on pose $f(0) = 1$. f est par contre divergente en 1.*
2. *f est définie sur $I = [-1,1] \setminus \{0\}$. f est continue sur I comme quotient de fonctions continues sur I. De plus $f(x) \underset{x\to 0}{\sim} \dfrac{x}{x} = 1$ donc on prolonge f par cntinuité en 0 en posant $f(0) = 1$.*
3. *f est définie et continue sur $]-1,1[$.*
4. *f est définie sur $I =]1,+\infty[$ (mais aussi sur $]+\infty,-1[$). Elle est continue sur I comme composée et quotient de fonctions continues. De plus : $f(x) \underset{x\to 1^+}{\sim} \dfrac{\sqrt{2(x-1)}}{x-1} = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{x-1}} \xrightarrow[x\to 1^+]{} +\infty$ donc f est divergente en 1.*

Références