Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron[1], Alain Soyeur[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[3], ,

23 mars 2024

Exercice 0.1 ★★ ***Pas de titre***

Trouver un équivalent simple lorsque $x \to +\infty$ de la fonction définie par

$$f(x) = \ln\left(e^{x^2+1} - x^2\right) + \ln\left(x^2 - 1\right)$$

Solution : *Écrivons :*

$$\begin{aligned} f(x) &= \ln\left[e^{x^2+1}\left(1 - \frac{x^2}{e^{x^2+1}}\right)\right] + \ln\left[x^2\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)\right] \\ &= x^2 + 2\ln x + 1 + \ln\left(1 - \frac{x^2}{e^{x^2+1}}\right) + \ln\left(1 - \frac{1}{x^2}\right) \\ &\underset{x\to 0}{\sim} x^2 \end{aligned}$$

Car $\dfrac{\ln x}{x^2} \xrightarrow[x\to 0]{} 0$, $\dfrac{\ln\left(1 - \frac{x^2}{e^{x^2+1}}\right)}{x^2} \xrightarrow[x\to 0]{} 0$, $\dfrac{\ln\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)}{x^2} \xrightarrow[x\to 0]{} 0$. *Donc* $\boxed{f(x) \underset{x\to 0}{\sim} x^2}$.

Références