

Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron¹, Alain Soyeur², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

³, ,

29 janvier 2022

Exercice 0.1 ★★ Pas de titre

Déterminer la limite lorsque $x \rightarrow 1^+$ de la fonction définie par :

$$f(x) = \frac{x^x - x}{\ln(1 + \sqrt{x^2 - 1})}$$

Solution : On utilise les équivalents usuels :

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{x^x - x}{\ln(1 + \sqrt{x^2 - 1})} = x \frac{x^{x-1} - 1}{\ln(1 + \sqrt{(x-1)(x+1)})} \stackrel{X=x-1}{=} (X+1) \frac{(X+1)^X - 1}{\ln(1 + \sqrt{X(X+2)})} \\ &\underset{x \rightarrow 0^+}{\sim} \frac{e^{X \ln(1+X)} - 1}{\ln(1 + \sqrt{X(X+2)})} \underset{x \rightarrow 0^+}{\sim} \frac{X \ln(1+X)}{\sqrt{X(X+2)}} \underset{x \rightarrow 0^+}{\sim} \frac{\sqrt{X} \ln(1+X)}{\sqrt{2}} \underset{x \rightarrow 0^+}{\rightarrow} \boxed{0} \end{aligned}$$

Références