Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron[1], Alain Soyeur[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[3], ,

24 juin 2023

Exercice 0.1 ★★ ***Pas de titre***

Déterminer la limite lorsque $x \to 1^+$ de la fonction définie par :

$$f(x) = \frac{x^x - x}{\ln(1+\sqrt{x^2-1})}$$

Solution : *On utilise les équivalents usuels :*

$$f(x) = \frac{x^x - x}{\ln(1+\sqrt{x^2-1})} = x\frac{x^{x-1}-1}{\ln(1+\sqrt{(x-1)(x+1)})} \underset{}{\overset{X=x-1}{=\!=\!=}} (X+1)\frac{(X+1)^X-1}{\ln\left(1+\sqrt{X(X+2)}\right)}$$

$$\underset{X\to 0^+}{\sim} \frac{e^{X\ln(1+X)}-1}{\ln\left(1+\sqrt{X(X+2)}\right)} \underset{X\to 0^+}{\sim} \frac{X\ln(1+X)}{\sqrt{X(X+2)}} \underset{X\to 0^+}{\sim} \frac{\sqrt{X}\ln(1+X)}{\sqrt{2}} \xrightarrow[X\to 0^+]{} \boxed{0}$$

Références