Pas de titre

Alain Soyeur[1], Emmanuel Vieillard-Baron[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[3], ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★★ ***Pas de titre***

Trouver la limite lorsque $x \to 0^+$ de la fonction définie par :

$$f(x) = \frac{x^{x^x}\ln x}{x^x - 1}$$

Solution : *On utilise les équivalents usuels :*

$$f(x) = \frac{x^{x^x}\ln x}{x^x - 1} = \frac{x^{x^x}\ln x}{e^{x\ln x} - 1} \underset{x\to 0^+}{\sim} \frac{x^{x^x}\ln x}{x\ln x} = x^{x^x - 1}$$

car $x\ln x \xrightarrow[x\to 0^+]{} 0$. *Mais* $x^{x^x-1} = e^{(x^x-1)\ln x}$ *et* $x^x - 1 = e^{x\ln x} - 1 \underset{x\to 0^+}{\sim} x\ln x$ *donc* $(x^x - 1)\ln x \underset{x\to 0^+}{\sim} x\ln^2 x \xrightarrow[x\to 0^+]{} 0$ *donc par composition de limite* $\boxed{f(x) \xrightarrow[x\to 0^+]{} e^0 = 1}$.

Références