

Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron¹, Alain Soyeur², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

³, ,

22 janvier 2022

Exercice 0.1 ★★ Pas de titre

Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{E(1/x) + x}{E(1/x) - x}$

Solution : La fonction

$$f(x) = \frac{E(\frac{1}{x}) + x}{E(\frac{1}{x}) - x}$$

est bien définie pour $x \in]0, 1[$, car $E(\frac{1}{x}) \geq 1 > x$. Encadrons

$$\frac{1}{x} - 1 < E(\frac{1}{x}) \leq \frac{1}{x}$$

et donc

$$\begin{aligned} \frac{\frac{1}{x} + x - 1}{\frac{1}{x} - x} &\leq f(x) \leq \frac{\frac{1}{x} + x}{\frac{1}{x} - x - 1} \\ \Rightarrow \frac{1 + x^2 - x}{1 - x^2} &\leq f(x) \leq \frac{1 + x^2}{1 - x^2 - x} \end{aligned}$$

et par le théorème des gendarmes, on obtient que $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} 1$.

Références